



UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA



DESARROLLO DE UNA HERRAMIENTA COMPUTACIONAL BASADA EN EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS COMO INSTRUMENTO DIDÁCTICO-ACADÉMICO

Autores:

Habib A. Rodríguez M.

Humber R. Leiva.

Naguanagua, Noviembre de 2010



UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA



DESARROLLO DE UNA HERRAMIENTA COMPUTACIONAL BASADA EN EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS COMO INSTRUMENTO DIDÁCTICO-ACADÉMICO

*Trabajo especial de grado presentado ante la Ilustre Universidad de Carabobo para
optar al título de Ingeniero Mecánico*

Tutor académico:
Ing. Víctor Carrera

Autores:
Habib A. Rodríguez M.
Humber R. Leiva.

Naguanagua, Noviembre de 2010



UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA



DESARROLLO DE UNA HERRAMIENTA COMPUTACIONAL BASADA EN EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS COMO INSTRUMENTO DIDÁCTICO-ACADÉMICO

*Trabajo especial de grado presentado ante la Ilustre Universidad de Carabobo para
optar al título de Ingeniero Mecánico*

Autores:

Habib A. Rodríguez M.

Humber R. Leiva.

Naguanagua, Noviembre de 2010



UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA



CERTIFICADO DE APROBACIÓN

Quienes suscriben, Miembros del Jurado designado por el Consejo de Escuela de Ingeniería Mecánica para examinar la Tesis de Pregrado titulada “DESARROLLO DE UNA HERRAMIENTA COMPUTACIONAL BASADA EN EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS COMO INSTRUMENTO DIDÁCTICO-ACADÉMICO”, presentada por los bachilleres: **Habib Rodríguez y Humber Leiva**, portadores de la Cédula de Identidad N°: **18.266.658** y **82.152.700**, respectivamente; hacemos constar que hemos revisado y aprobado el mencionado trabajo.

Prof. Tutor, Ing. Víctor Carrera
Presidente del jurado

Prof. Jurado, Ing. Edwin Peña
Miembro del jurado

Prof. Jurado, Ing. David Ojeda
Miembro del jurado

Naguanagua, Noviembre de 2010

Resumen

Debido a las dificultades presentes actualmente de adquirir un programa confiable que permita resolver problemas de diseño en ingeniería por medio de análisis numéricos debido a sus elevados costos, se presenta la necesidad de realizar un programa de fácil uso y adquisición.

Se desarrolló un programa llamado FemUC basado en el método de elementos finitos realizando el ensamblaje entre un visualizador gráfico que permite la creación de geometrías, asignación de propiedades de materiales, asignación de restricciones y cargas; y un código de elementos finitos en FortranTM que analiza lo anteriormente dado y proporciona resultados los cuales son interpretados por el visualizador gráfico.

Para la validación se compararon las curvas de comportamiento de análisis realizados a geometrías simples en el mismo con análisis realizados bajo las mismas condiciones en un programa comercial reconocido.

Se logró la utilidad del ensamblaje entre el visualizador gráfico y el código de elementos finitos en FortranTM como herramienta computacional para ser utilizada como instrumento didáctico-académico para resolución de problemas en ingeniería.

Agradecimientos

Ésta es, sin duda, la parte que más hemos disfrutado escribiendo en este trabajo, aunque sabemos que no podemos dejar en estas páginas un agradecimiento como el que merecen todos los que forman parte nuestra vida y han formado parte de este proceso.

En primer lugar, y como no puede ser de otra forma, queremos darle gracias a Dios, por permitirnos llegar hasta esta etapa de nuestras vidas, a pesar de los obstáculos que tuvimos que pasar.

Al profesor Víctor Carrera, gracias por aceptar la dirección de este trabajo y por ser nuestro Tutor, por ser siempre un referente intelectual, por lo que hemos admirado siempre su intensa visión pedagógica de la tecnología educativa. Es un honor y un enorme placer el haberlo conocido. Gracias por su confianza, por apostar siempre por nosotros, por todo lo que nos enseñó todos los días con su brillantez profesional.

A nuestros amigos, los de siempre y los de ahora, a nuestros amigos de la carrera, a todos esos amigos que se han ido sumando en estos años. Gracias por acompañarnos y preguntar, por apoyarnos y animarnos, gracias por ser nuestros amigos.

A nuestros compañeros de la línea de Simulación y Modelado Computacional , Deiby, Rafael, Willys, Alsys, Erwin y Millich, por estar siempre en las buenas y en las malas, por darnos el apoyo para seguir adelante, y por la gran ayuda que nos aportaron en aquellos momentos en los que necesitábamos del apoyo de ellos.

A Nuestros Padres, Lucy, Humber, Maturalida, Roso Antonio por estar siempre ahí, a nuestro lado, apoyándonos y ayudándonos en toda la carrera, por su comprensión y paciencia, sin ellos, no hubiera sido posible llegar hasta este momento.

A Nuestras Hermanas, Hermanos, July, Moisés, Daniel y demás familiares que nos dieron su apoyo y que estuvieron al pendiente de nuestra carrera.

A todos los profesores que estuvieron con nosotros cuando lo necesitamos, al profesor, Edwin Peña, David Ojeda, Gruber Caraballo, María Mujica, José Velásquez, Ana María Rosario.

Índice General

Índice General	i
Índice de Figuras	v
Índice de Gráficas	vii
Índices de Tablas	viii
Capítulo 1. Introducción	
1.1 Introducción	1
1.2 Situación problemática	1
1.3 Objetivos	2
1.3.1 Objetivo General	2
1.3.2 Objetivos Específicos	2
1.4 Justificación	3
1.5 Alcance	3
1.6 Delimitaciones	3
1.7 Antecedentes	4
Capítulo 2. Marco Teórico	
2.1 Métodos Numéricos	7
2.2 Etapas para la resolución de problemas por Métodos Numéricos	8
2.2.1 El Pre-Proceso	9
2.2.2 El Proceso	10
2.2.3 El Post-Proceso	10
2.3 Programa Pre/Post-Proceso GiD	11

2.4 Creación de un “Tipo de Problema”	13
2.5 Método de Elementos Finitos	15
2.5.1 Historia del Método de los Elementos Finitos	15
2.5.2 El Método de los Elementos Finitos en el Análisis de Sólidos	17
2.6 Ecuaciones de Equilibrio	18
2.7 Relaciones Esfuerzo-Deformación	20
2.8 Relaciones Deformación-Desplazamiento	22
2.9 Condiciones de Compatibilidad	23
2.10 Esfuerzo Plano	25
2.11 Deformación Plana	26
2.12 Implementación Matricial del Método de Elementos Finitos	27
2.12.1 Expresión matricial de la energía potencial total	27
2.12.2 Aproximación por elementos finitos	29
2.12.3 Matriz gradiente	32
2.12.4 Matriz de rigidez y vector de cargas nodales equivalentes	33
2.13 Fortran TM	36
2.13.1 Principales características	36
2.13.2 Ventajas e inconvenientes de su sintaxis	37
 Capítulo 3. Marco Metodológico	
3.1 Nivel de Investigación	39
3.2 Diseño de la Investigación	40
3.2.1 Documentación Bibliográfica	40
3.2.2 Revisión Técnica	40
3.2.3 Generación del ensamblaje entre el visualizador GiD y el código en	40

FortranTM

3.2.4 Obtención de la data en el Pre-Proceso	40
3.2.5 Implementación del código en Fortran TM	41
3.2.6 Toma de datos del Post-Proceso	41
3.2.7 Validación del ensamblaje	41
3.2.8 Elaboración del Manual del Usuario	41
3.3 Recursos de la Investigación	42
3.3.1 Recursos Humanos	42
3.3.2 Recursos Materiales	42

Capítulo 4. Desarrollo del Trabajo

4.1 Consideraciones	43
4.2 Exploración del visualizador GiD	43
4.3 Formato de archivos GiD	43
4.4 Compatibilidad Formatos de archivos del GiD con el código en Fortran TM	44
4.5 Modificación del Código Fortran TM	44
4.6 Creación de Ventanas	44
4.7 Creación del ensamblaje entre el GiD y el código en Fortran TM	45

Capítulo 5. Resultados Obtenidos

5.1 Resultados Obtenidos	47
5.2 Modelo #1: Viga Empotrada	47
5.2.1 Modelo Teórico	48
5.2.2 Desplazamientos	49
5.2.3 Esfuerzos	49
5.2.4 Resultados Gráficos en Ansys TM y GiD	50

5.2.5 Análisis de Resultados	51
5.3 Modelo #2: Sólido sometido a Tracción	52
5.3.1 Desplazamientos	53
5.3.2 Esfuerzos	54
5.3.3 Resultados Gráficos en Ansys TM y GiD	54
5.3.4 Análisis de Resultados	56
5.4 Modelo #3: Placa Rectangular con Concentrador de Esfuerzos	57
5.4.1 Desplazamientos	58
5.4.2 Esfuerzos	59
5.4.3 Resultados Gráficos en Ansys TM y GiD	60
5.4.4 Análisis de Resultados	62
5.5 Modelo #4: Placa Rectangular sin Concentrador de Esfuerzos	62
5.5.1 Desplazamientos	64
5.5.2 Esfuerzos	64
5.5.3 Resultados Gráficos en Ansys TM y GiD	65
5.5.4 Análisis de Resultados	67
Capítulo 6. Análisis de Resultados	
6.1 Análisis de Resultados	69
Conclusiones	71
Recomendaciones	73
Referencias Bibliográficas	75
Apéndice A: Manual de Usuario	77

Índice de Figuras

Figura 1. Funcionamiento Pre/Post-Proceso	12
Figura 2. Diagrama de flujo de trabajo de GiD	13
Figura 3. Diagrama de flujo de trabajo de GiD	15
Figura 4. Cuerpo Tridimensional	18
Figura 5. Equilibrio de un volumen elemental	19
Figura 6. Superficie elemental deformada	22
Figura 7. (a) Esfuerzo Plano y (b) Deformación Plana	26
Figura 8. Discretización de un dominio Ω	29
Figura 9. Desplazamientos nodales para el triángulo de 3 nodos	31
Figura 10. Ventanas	45
Figura 11. Archivos contenidos en el FemUC_2D.gid	45
Figura 12. Tipos de problemas a utilizar en el trabajo	46
Figura 13. Archivos contenidos en el FemUC_3D.gid	46
Figura 14. Viga en voladizo	48
Figura 15. Esfuerzos de Von Mises en Ansys TM para la Viga en voladizo con 2156 elementos y 4313 nodos	50
Figura 16. Desplazamientos Totales en Ansys TM para la Viga en voladizo con 2156 elementos y 4313 nodos	50
Figura 17. Esfuerzos de Von Mises en GiD para la Viga en voladizo con 3156 elementos y 1377 nodos	51
Figura 18. Desplazamientos Totales en GiD para la Viga en voladizo con	51

3156 elementos y 1377 nodos

Figura 19. Sólido sometido a Tracción	53
Figura 20. Esfuerzos de Von Mises en Ansys TM para el Sólido sometido a Tracción con 6481 elementos y 1321 nodos	54
Figura 21. Desplazamientos Totales en Ansys TM para el Sólido sometido a Tracción con 6481 elementos y 1321 nodos	55
Figura 22. Esfuerzos de Von Mises en GiD para el Sólido sometido a Tracción con 5184 elementos y 1315 nodos	55
Figura 23. Desplazamientos Totales en GiD para el Sólido sometido a Tracción con 5184 elementos y 1315 nodos	56
Figura 24. Placa Rectangular con Concentrador de Esfuerzos	58
Figura 25. Esfuerzos de Von Mises en Ansys TM para la Placa Rectangular con Concentrador de Esfuerzos con 2642 elementos y 8214 nodos	60
Figura 26. Desplazamientos Totales en Ansys TM para la Placa Rectangular con Concentrador de Esfuerzos con 2642 elementos y 8214 nodos	60
Figura 27. Esfuerzos de Von Mises en GiD para la Placa Rectangular con Concentrador de Esfuerzos con 2687 elementos y 8329 nodos	61
Figura 28. Desplazamientos Totales en GiD para la Placa Rectangular con Concentrador de Esfuerzos con 2687 elementos y 8329 nodos	61
Figura 29. Placa Rectangular sin Concentrador de Esfuerzos	63
Figura 30. Esfuerzos de Von Mises en Ansys TM para la Placa Rectangular sin Concentrador de Esfuerzos con 1536 elementos y 1617 nodos	65
Figura 31. Desplazamientos Totales en Ansys TM para la Placa Rectangular sin Concentrador de Esfuerzos con 1536 elementos y 1617 nodos	65
Figura 32. Esfuerzos de Von Mises en GiD para la Placa Rectangular sin Concentrador de Esfuerzos con 1536 elementos y 1617 nodos	66
Figura 33. Desplazamientos Totales en GiD para la Placa Rectangular con Concentrador de Esfuerzos con 1536 elementos y 1617 nodos	66

Índice de Gráficas

Gráfica 1. Curva de Comportamiento Desplazamientos Totales vs # Nodos en la Viga en voladizo	49
Gráfica 2. Curva de Comportamiento Esfuerzo máximo Von Mises vs # Nodos en la Viga en voladizo	49
Gráfica 3. Curva de Comportamiento Desplazamientos Totales vs # Nodos en el Sólido sometido a Tracción	53
Gráfica 4. Curva de Comportamiento Esfuerzo máximo Von Mises vs # Nodos en Sólido sometido a Tracción	54
Gráfica 5. Curva de Comportamiento Desplazamientos Totales vs # Nodos en la Placa Rectangular con Concentrador de Esfuerzos	58
Gráfica 6. Curva de Comportamiento Esfuerzo máximo Von Mises vs # Nodos en la Placa Rectangular con Concentrador de Esfuerzos	59
Gráfica 7. Curva de Comportamiento Desplazamientos Totales vs # Nodos en la Placa Rectangular sin Concentrador de Esfuerzos	64
Gráfica 8. Curva de Comportamiento Esfuerzo máximo Von Mises vs # Nodos en la Placa Rectangular sin Concentrador de Esfuerzos	64

Índice de Tablas

Tabla 1. Propiedades del material de la Viga en voladizo	47
Tabla 2. Variaciones en el mallado del modelo de Viga en voladizo	47
Tabla 3. Propiedades del material del Sólido sometido a Tracción	52
Tabla 4. Variaciones en el mallado del modelo del Sólido sometido a Tracción	52
Tabla 5. Propiedades del material de la Placa Rectangular con Concentrador de Esfuerzos	57
Tabla 6. Variaciones en el mallado del modelo de la Placa Rectangular con Concentrador de Esfuerzos	57
Tabla 7. Propiedades del material de la Placa Rectangular sin Concentrador de Esfuerzos	63
Tabla 8. Variaciones en el mallado del modelo de la Placa Rectangular sin Concentrador de Esfuerzos	63

CAPÍTULO 1

Introducción

1.1 Introducción

En este capítulo se presenta una descripción general del problema e importancia, los objetivos, justificación, limitaciones, delimitaciones y alcance.

1.2 Situación problemática

Muchos de los programas de simulación usados en la actualidad como los son el AnsysTM, AbaqusTM, Visual NastranTM, entre otros; son de gran utilidad para la simulación y el análisis de diversos elementos mecánicos mediante el uso del FEM (método de elementos finitos por sus siglas en inglés). A pesar de que estos programas poseen diversas aplicaciones y un buen desempeño no son de fácil adquisición debido a sus costos elevados.

La importancia del FEM ha aumentando al pasar de los años por su aplicación en la solución de problemas ingenieriles, físicos, entre otros; como son los análisis estructurales, de vibraciones, de fatiga, de transferencia de calor; entre muchos otros ya que permite resolver casos que hasta hace poco tiempo eran prácticamente imposibles de resolver por métodos matemáticos tradicionales.

La introducción del análisis de elementos finitos ha reducido el tiempo que se toma para llevar productos desde el concepto hasta la línea de producción ya que tiempo atrás era estrictamente necesaria la construcción de prototipos para luego ensayarlos e ir realizando mejoras de forma iterativa, lo que traía consigo un elevado coste tanto económico como en tiempo de desarrollo.

En la década de los 50, el cálculo de estructuras se encontraba en un punto en el que los métodos de cálculo predominantes consistían en técnicas de iteración que se realizaban de manera manual y por tanto resultaban bastante tediosos.

Los software de cálculo y simulación permiten que el primer prototipo construido pueda acercarse bastante más al diseño óptimo. Esta poderosa herramienta de diseño ha mejorado en gran forma, ambos, el estándar de diseños en ingeniería y la metrología del proceso del diseño en muchas aplicaciones industriales.

Estas herramientas han ido evolucionando a través de los años al punto que hoy en día es casi que obligatorio tanto en las industrias como en la investigaciones la validación de los diseños antes de ser llevados a la producción.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo General

Desarrollar una herramienta computacional basada en el Método de Elementos Finitos como instrumento didáctico-académico.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Revisar la bibliografía relacionada con el método de elementos finitos.
- Realizar una evaluación técnica del visualizador GiD.
- Implementar el código de elementos finitos.
- Generar el ensamblaje entre el visualizador GiD y el código FEM.
- Establecer modelos de estudios y validar el funcionamiento del enlace entre el visualizador GiD y el código FEM.
- Elaborar el manual del usuario de la herramienta creada.

1.4 Justificación

Debido al problema existente nace la necesidad de implementar un programa compuesto por un código de elementos finitos desarrollado en FortranTM que con la ayuda de un visualizador gráfico GiD, desarrollado en el Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería (CIMNE – Universidad Politécnica de Cataluña), constituyan una herramienta didáctica-académica de última tecnología que pueda servir para la elaboración de tesis de pregrado y postgrado, en la investigación, extensión y desarrollo de proyectos de ingeniería, predecir el comportamiento mecánico y que sea de fácil uso y quede disponible con la posibilidad de arquitectura abierta de mejora continua. Esto se realiza como un aporte a la Escuela de Ingeniería Mecánica de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Carabobo con miras de también cambiar la visión actual de lo que es el diseño en ingeniería mecánica, debido a que cada día cobra más importancia el análisis numérico en la realización de proyectos de ingeniería.

1.5 Alcance

Implementar un programa compuesto por un código de elementos finitos desarrollado en FortranTM que con la ayuda de un visualizador gráfico (GiD) constituyan una herramienta didáctica-académica de última tecnología que pueda servir para la elaboración de tesis de pregrado y postgrado, la investigación, extensión y desarrollo de proyectos de ingeniería.

1.6 Delimitaciones

- El visualizador gráfico a utilizar será el GiD.
- Para el lenguaje de programación se trabajará en FortranTM (versión 95).
- Se utilizarán modelos geométricos sencillos para el estudio.

- El análisis será basado únicamente con materiales uniformes, isotrópicos y homogéneos en el campo lineal elástico con pequeñas deformaciones.

1.7 Antecedentes

En el *Mecánica Computacional* Vol. XXIII en el año 2004 fue publicado por Fernanda Caffaratti, Gerardo Franck y Victorio Sonzgni; un trabajo titulado: **Interfase para la conexión de módulos de análisis de elementos finitos**, en el cual programaron un código computacional que a través de la conexión de módulos de análisis de elementos finitos abriría la posibilidad de encarar problemas de interacción fluido - estructura.

La comunicación entre los módulos a través de una interfaz conectora permite que, alternativamente, en un esquema escalonado (“staggered”), realimente cada uno de los programas de análisis anteriores, con los resultados relevantes del otro.

La utilización de la interfaz permitió simular los efectos que ocasiona el viento sobre diferentes tipos de estructuras y las variaciones en el flujo del fluido causado por las geometrías deformadas. Mediante la construcción de este código se pretendió establecer modelos de simulación computacional para comprender el comportamiento de estructuras, predecir sus respuestas, optimizar o investigar su estabilidad, o bien para evaluar alternativas.

Se presentaron ejemplos a través de los cuales se pudo observar el funcionamiento de la interfaz desarrollada, como una herramienta de utilidad para el usuario que permite el intercambio de información entre dos módulos del paquete GiD.

En la 2da Conferencia en Avances y Aplicaciones de GiD en el año 2004 fue publicado por Aleix Valls: **GiD-Nastran Interface: Guideline for development of a high quality interface**, trabajo en el cual discutió los aspectos generales del desarrollo de una interfaz de alta calidad, enfocándose en los diferentes pasos del desarrollo, tales como, definición de la estructura de la interfaz, medida, nivel de adaptación,

personalización Tcl-Tk, y el uso de herramientas y recursos disponibles para el desarrollo.

Además la interfaz GiD-Nastran se presentó como modelo de solución para el desarrollo de una interfaz profesional.

En la 4ta Conferencia en Avances y Aplicaciones de GiD en el año 2008 fue publicado por Ronald B.J. Brinkgreve y Wendy M. Swolfs: **Possibilities and Limitations of the Finite Element Method for Geotechnical Applications**, trabajo en el cual se resaltó casos de modelación de aplicaciones geotécnicas de elementos finitos.

Modelos profesionales involucrados en el análisis de proyectos geotécnicos deberían ser familiar con las posibilidades y limitaciones del método de elementos finitos como también con los modelos constitutivos de suelos disponibles a fin de tomar las decisiones correctas de modelación.

La falta de conocimiento podría llevar a daños severos o el colapso de estructuras geotécnicas. El trabajo se destinó para crear sensibilidad sobre el tema, con el propósito de mejorar la calidad de los resultados de cálculos de elementos finitos para aplicaciones geotécnicas.

En particular se resaltó el papel de elementos de interface y mallas toscas. Se presentó un ejemplo elaborado en Plaxis-GiD para demostrar algunos aspectos de modelado.

CAPÍTULO 2

Marco Teórico

2.1 Métodos Numéricos.

Estos métodos aproximados permiten resolver problemas con geometría irregular y condiciones complicadas. Dichas técnicas requieren transformar un problema continuo original en uno discreto, que posean números finitos de parámetros o variables que caracterizan con una adecuada elección de sus valores el comportamiento real.

Tales métodos numéricos consisten en poder resolver las ecuaciones diferenciales parciales generadas para cada elemento y la suma de todos ellos permitirá conocer el comportamiento del sistema continuo. Estos métodos numéricos cada día poseen mayor aceptación dentro del campo de la ciencia ya que la cantidad de problemas que se han llegado a resolver conjuntamente con el desarrollo de la computación han sido bastante significativos (Castro y Durán, 2005).

La primera generación de estos métodos aplicaban directamente las ecuaciones diferenciales en la misma forma en que ellos fueron derivados teniendo entonces el Método de Diferencia Finitas y el Método de Elementos Finitos como lo más representativos en esta clase. Esta tiene como gran ventaja la versatilidad para ser usados en cualquier sistema de ecuaciones diferenciales, teniendo como único problema la inclusión de las condiciones de borde del problema.

Pero el empleo de técnicas numéricas para la solución de problemas complejos de física e ingeniería, ha experimentado un desarrollo impresionante en los últimos 40 años, debido a la presencia cada vez más notoria de computadores de alta velocidad de procesamiento y gran capacidad de almacenamiento. Este hecho aplicado a campos de

estudio como la mecánica de fluidos y transferencia de calor han dado lugar a la dinámica de fluidos computacional (DFC), lo cual complementa todos los estudios teórico-experimentales hechos hasta ahora, sirviendo esto como una alternativa efectiva y de bajo costo para simular los diversos casos de flujos reales.

Los métodos de simulación numérica han contribuido de gran manera al desarrollo de los diversos campos de la ingeniería, especialmente la Ingeniería Mecánica. Los más empleados al principio de su aplicación fueron el MEF y el Método de Dominio (MED).

Otros métodos tales como el método de los volúmenes finitos, el método de elementos finitos basados en volúmenes de control (MEFVC) que utilizan el método el método de la mediatriz o los diagramas de Voronoi, son técnicas muy utilizadas en condiciones muy especiales, a su vez este desarrollo ha dado lugar a la creación de otras técnicas computacionales emergentes como las redes neuronales, los algoritmos genéticos y lógica difusa (Castro y Durán, 2005).

2.2 Etapas para la Resolución de Problemas por Métodos Numéricos.

La implementación de métodos numéricos para la resolución de problemas ingenieriles, requiere de varios requisitos para efectuar el estudio. Cualquier método numérico usado necesita de la transformación del tipo de aplicación, ya que estos fueron creados con otra perspectiva distinta a los medios tradicionales que se usaban antes de la aparición de estas técnicas. Los métodos numéricos han revolucionado a todos los estilos analíticos tradicionales y el auge del desarrollo computacional ha contribuido a tal hecho, ya que estos transforman sistemas continuos a discretizados. Para resolver problemas utilizando métodos numéricos se requieren de tres etapas. Estas son:

- El pre-proceso.
- El proceso.

- El post-proceso.

2.2.1 El Pre-Proceso.

Para el uso de cualquier método numérico aplicado a la ingeniería, es necesario preparar los datos de entrada con el fin de obtener la solución descrita. Estos datos deben ser capaces de dar al programa principal las coordenadas de cada nodo y la topología de la malla, de tal manera de poder conectar los nodos de un elemento entre sí. En aplicaciones más complejas donde la malla esté compuesta por muchos nodos, el trabajo de introducción de tales datos es embarazoso, además, el hecho de que una vez que se tiene la malla formada es necesario “afinarla” y optimizarla para la solución particular.

La elaboración de las mallas es lo que permite transformar el problema continuo original en uno discreto. Esto es lo que se conoce como **discretización**, el cual es una labor muy tediosa en casos donde la geometría sea compleja y el mallado posea una gran cantidad de elementos y nodos. La necesidad del mallado, es simplemente porque los métodos numéricos parten de un modelo discretizado para desarrollar los cálculos y no de un modelo continuo como los que se manejaban anteriormente por métodos analíticos.

A principio de estas aplicaciones estas se efectuaban de forma manual, para ello, se hacían los programas de análisis de métodos numéricos a usar, se elaboraba la geometría del problema, se dibujaba el mallado y luego se especificaban las coordenadas tanto de los nodos como los de la geometría del mismo.

El desarrollo de programas computacionales de dibujo ha permitido ahorrar esta tediosa tarea para algunos métodos como Elementos Finitos o Diferencias finitas.

Esta fase donde se convierte el problema continuo en discreto, es lo que se conoce como pre-proceso y como todo método numérico este es una etapa vital para el

estudio ya que el fundamento de estos parten de este hecho. Los métodos numéricos no se pueden aplicar a sistemas continuos.

Las mallas elaboradas deben adaptarse de modo que en aquellas zonas donde exista gran fluctuación de las soluciones (como por ejemplo en materiales anisotrópicos) en el cual las propiedades físicas pueden cambiar significativamente de una región a otra especialmente en cercanías de contorno irregulares donde la solución es impredecible.

Un generador de mallas por lo general requiere de tres tipos de entrada:

- Las coordenadas de los nodos.
- Las conectividades de los elementos.
- El número de las coordenadas de cada elemento.

2.2.2 El Proceso.

Esta es la etapa donde se recogen los datos de discretización arrojados en el pre-proceso y se evalúan en las ecuaciones pertinentes para obtener la data que luego se visualizará en el post-proceso. En esta etapa se recibe la data geométrica de los puntos que constituyen cada nodo y cada elemento ordenado en un sentido y con una consecutividad dada. Una introducción errónea de tales datos producirá automáticamente un resultado equivocado en esta fase y, por supuesto, en el post-proceso.

En esta fase también se reciben datos complementarios para el desarrollo del mismo.

2.2.3 El Post-Proceso.

La utilización de métodos numéricos en ingeniería genera habitualmente un gran volumen de información, correspondiente a los resultados numéricos del análisis realizado por el modelo. La manipulación de estas grandes cantidades de información

numérica es dificultosa y, por lo general, resulta casi imposible realizarlo con un grado razonable de confiabilidad.

Por esta razón existe el uso de los post-procesadores de elementos numéricos. Estos post-procesadores son todos aquellos programas de computador que permiten una rápida y eficiente interacción del usuario con toda aquella data resultante del proceso y, esencialmente, deben exhibir las siguientes características:

- Fácil y rápida interpretación de los resultados.
- Eliminar la necesidad de consultar gruesos y engorrosos manuales para su utilización.
- Manejo simultáneo de diversa data de resultados.
- Permitir un manejo sencillo para el usuario de las opciones que se ofrecen mediante familias jerarquizadas de menú.

Un algoritmo post-procesador que reúna todas estas características, estará en capacidad de alcanzar los dos objetivos básicos primordiales que deben ser satisfechos:

- Proporcionar una visión global del modelo y sus variables asociadas calculadas.
- Ayudar al usuario a detectar las zonas críticas del modelo.
- Esta rápida detección de zonas críticas en el modelo, permitirá modificar continuamente la pieza con la finalidad de optimizarla de acuerdo a los requerimientos. El cambio de las condiciones de contorno también será útil para este análisis.

2.3 Programa Pre/Post-proceso GiD.

GiD es un programa gráfico, orientado a la definición y preparación de los datos destinados a realizar una simulación numérica, así como a la visualización de sus resultados.

La creación de los datos implica la definición de la geometría a estudiar, los materiales que la componen, las condiciones de contorno, fuerzas aplicadas, y otros parámetros, como por ejemplo la estrategia de resolución.

El programa se encarga de crear una malla (para elementos finitos, diferencias finitas u otros métodos) y transferirle los datos asociados a la geometría. La ejecución del análisis puede realizarse desde el propio GiD, como si todo fuese un paquete único.

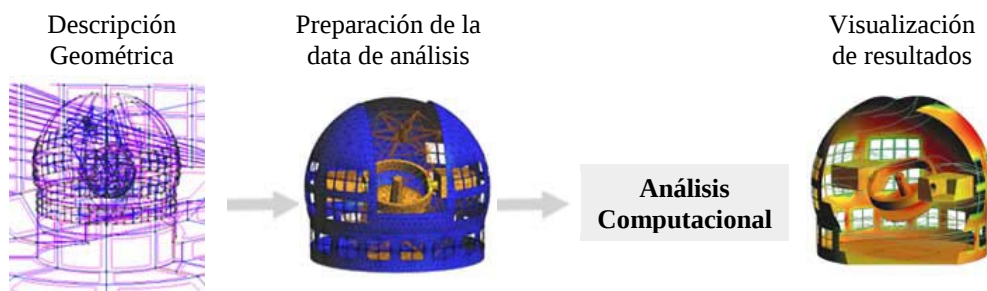


Figura 1. Funcionamiento Pre/Post-Proceso (Fuente: International Center for Numerical Methods in Engineering 2009).

El post-proceso consiste en la visualización de los resultados de modo que sean fácilmente interpretables. Pueden hacerse visualizaciones por colores, curvas de nivel, etiquetas, vectores, gráficas, animaciones, etc.

Una característica esencial de GiD es que no está especializado en un tipo de análisis, a priori GiD no conoce ningún material o condición, hasta que no se carga un “tipo de problema”.

Cualquier usuario puede crear su “tipo de problema” particular, de modo que GiD conozca la sintaxis de su programa de simulación particular.

Además un usuario avanzado puede extender la interface de GiD creando sus propias ventanas mediante el lenguaje Tcl/Tk y personalizar el aspecto de GiD.

Mientras que en un programa CAD, usualmente el objetivo es la visualización del modelo, en GiD el objetivo es hacer una simulación.

Una entidad de GiD sólo puede tener como máximo un material asociado, a diferencia de lo que pasa con las condiciones.

Las entidades geométricas de que se dispone en GiD son las siguientes:

- Puntos.
- Curvas: Segmentos rectos, arcos de circunferencia, curvas nurb, polilíneas.
- Superficies: Planas, Coons (interior interpolado a partir del contorno), Nurbs recortadas (superficies Nurbs de las que se toma solamente una porción, descrita por las curvas de recorte), Superficies-malla (la forma de la superficie viene descrita por una malla de triángulos subyacente).
- Volúmenes: descrito por las superficies orientadas de su contorno.

2.4 Creación de un “Tipo de Problema”.

En este apartado se explica lo que es en si el objetivo de este trabajo. Aquí se define lo que se entiende en GiD por “tipo de problema”.

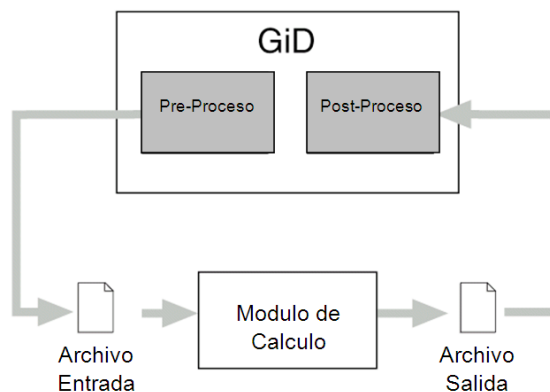


Figura 2. Diagrama de flujo de trabajo de GiD. (Fuente: International Center for Numerical Methods in Engineering 2009).

Inicialmente, GiD no está acoplado a ningún programa de análisis, deben escribirse una serie de ficheros para describir las propiedades que tiene un material de cara a la simulación, las posibles condiciones de contorno, el formato del fichero de datos de entrada para el programa de cálculo (este programa es un ejecutable independiente de GiD, que puede estar escrito en cualquier lenguaje).

Este conjunto de ficheros de personalización es lo que se denomina un “tipo de problema”. Cuando GiD carga dicho tipo de problema, reconoce el “lenguaje” apropiado para la simulación en cuestión.

Los ficheros de un tipo de problema son los siguientes:

- *.mat: definición de los campos de los materiales.
- *.cnd: definición de las condiciones (valores impuestos, fuerzas, apoyos, etc.).
- *.prb: otros datos generales, no asociados a entidades geométricas.
- *.bas: plantilla que indica qué y cómo debe escribir GiD en el fichero de entrada de datos para la simulación.
- *.sim: símbolos asociados a las condiciones para su representación (hace referencia a una serie de dibujos *.geo, en formato de geometría de GiD).
- *.tcl: extensión de GiD para crear ventanas, modificarlas, etc.
- *.bat: para usar comandos del sistema operativo y ejecutar el cálculo.

No tienen porqué existir todos estos ficheros, puede haber sólo algunos. En concreto, para ese ejemplo, sólo se usarán los ficheros *.mat, *.bas y *.bat.

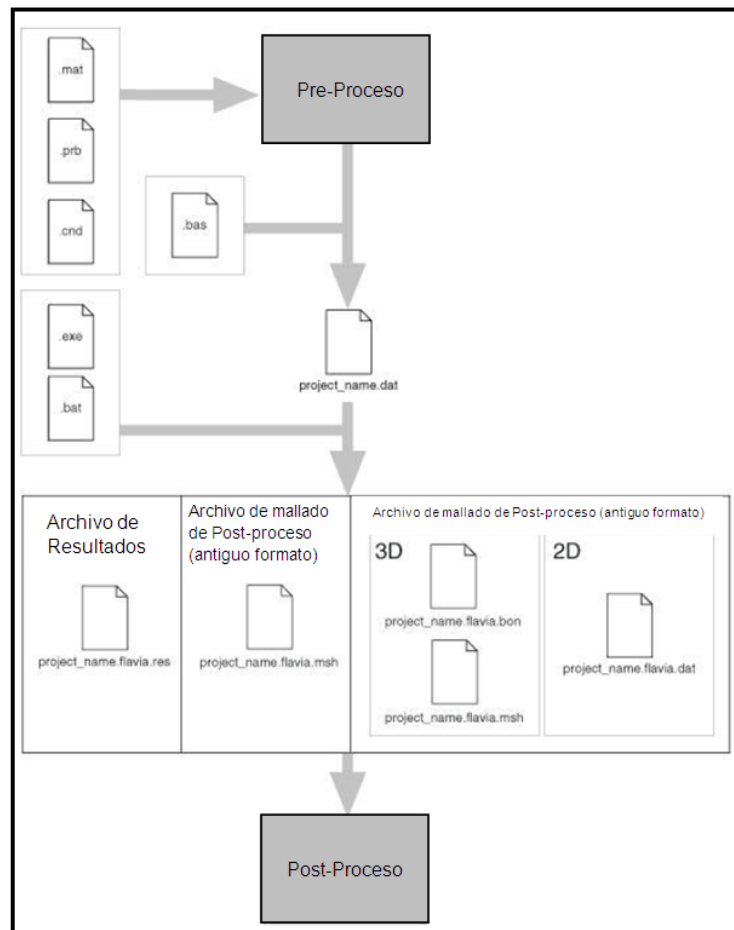


Figura 3. Diagrama de flujo de trabajo de GiD. (Fuente: International Center for Numerical Methods in Engineering 2009).

2.5 Método de Elementos Finitos (MEF).

2.5.1 Historia del Método de los Elementos Finitos.

Aunque el nombre del Método de Elementos Finitos se ha establecido recientemente, el concepto se ha usado desde hace varios siglos. El empleo de métodos de discretizado espacial y temporal y la aproximación numérica para encontrar soluciones a problemas ingenieriles o físicos es conocido desde antiguo. El concepto de “elementos finitos” parte de esa idea (Peña, 2009).

Para encontrar vestigios de este tipo de cálculos podríamos remontarnos a la época de la construcción de las pirámides egipcias. Los egipcios empleaban métodos de discretizado para determinar el volumen de las pirámides. Arquímedes (287-212 a.C.) empleaba el mismo método para calcular el volumen de todo tipo de sólidos o la superficie de área. En oriente también aparecen métodos de aproximación para realizar cálculos. Así el matemático chino Lui Hui (300 d.C.) empleaba un polígono regular de 3.072 lados para calcular longitudes de circunferencias con lo que conseguía un aproximado al número Pi de 3,1416.

El desarrollo de los elementos finitos tal y como se conocen hoy en día ha estado ligado al cálculo estructural, fundamentalmente en el campo aeroespacial. En los años 40 Courant propone la utilización de funciones polinómicas para la formulación de problemas elásticos en subregiones triangulares, como un método especial del método variacional de Rayleigh-Ritz para aproximar soluciones.

Fueron Turner, Clough, Martin y Topp quienes presentaron el MEF en la forma aceptada hoy en día. En su trabajo introdujeron la aplicación de elementos finitos simples (barras y placas triangulares con cargas en su plano) al análisis de estructuras aeronáuticas, utilizando los conceptos de discretizado y funciones de forma.

Actualmente el método se encuentra en una fase de gran expansión: es ampliamente utilizado en la industria y continúan apareciendo cientos de trabajos de investigación en este campo. Los ordenadores han aportado el medio eficaz de resolver la multitud de ecuaciones que se plantean en el MEF, cuyo desarrollo práctico ha ido caminando a la par de las innovaciones obtenidas en el campo de la arquitectura de los ordenadores. Entre estas, además de permitir la descentralización de los programas EF, ha contribuido a favorecer su uso a través de sofisticados paquetes gráficos que facilitan el modelado y la síntesis de resultados. Hoy en día ya se concibe la conexión inteligente entre las técnicas de análisis estructural, las técnicas de diseño (CAD) y las técnicas de fabricación.

La formulación de elementos finitos puede deducirse para ciertos problemas, como por ejemplo el análisis de estructuras, como una extensión de los métodos matriciales utilizados para calcular estructuras de vigas y reticulados. Sin embargo dicha deducción encuentra serias limitaciones cuando se quiere extender la formulación a problemas no estructurales.

2.5.2 El Método de los Elementos Finitos en el Análisis de Sólidos.

El campo de las estructuras incluye a todos los sólidos sujetos a cualquier tipo de acciones como fuerzas, momentos y cambios de temperatura. Cada acción causa deformaciones, acompañadas por esfuerzos internos y reacciones en los nodos restringidos. El principal objetivo del análisis con elementos finitos es calcular los esfuerzos y las deformaciones de la estructura (Linero, 1999).

La aproximación clásica o analítica para el análisis de sólidos implica buscar una función de esfuerzo o de desplazamiento que satisfaga:

- La ecuación diferencial de equilibrio.
- Las relaciones esfuerzo-deformación.
- Las relaciones deformación-desplazamiento.
- Las condiciones de compatibilidad de todos los nodos del continuo incluyendo las fronteras.

Debido a que estos requisitos son muy restrictivos, se pueden encontrar muy pocas soluciones analíticas. Entre esas soluciones, es frecuente encontrar series infinitas que en la práctica deben ser truncadas y que conducen a resultados aproximados.

Por otra parte, el método de los elementos finitos aplicado a las estructuras, permiten un análisis aproximado en el cual se supone para cada elemento una función de desplazamiento.

2.6 Ecuaciones de Equilibrio

En la figura 4 se muestra un cuerpo tridimensional que ocupa un volumen V y tiene una superficie S . Los puntos en el cuerpo están identificados por las coordenadas x, y, z . La frontera del cuerpo se restringe a la región donde se especifica el desplazamiento. Sobre una parte de la frontera se aplica una fuerza distribuida por unidad de área T , llamada. Debido a la acción de la fuerza se deforma el cuerpo. La deformación en un punto $x (= [x, y, z]^T)$ está dada por las tres componentes de su desplazamiento:

$$u = [u, v, w]^T \quad (2.1)$$

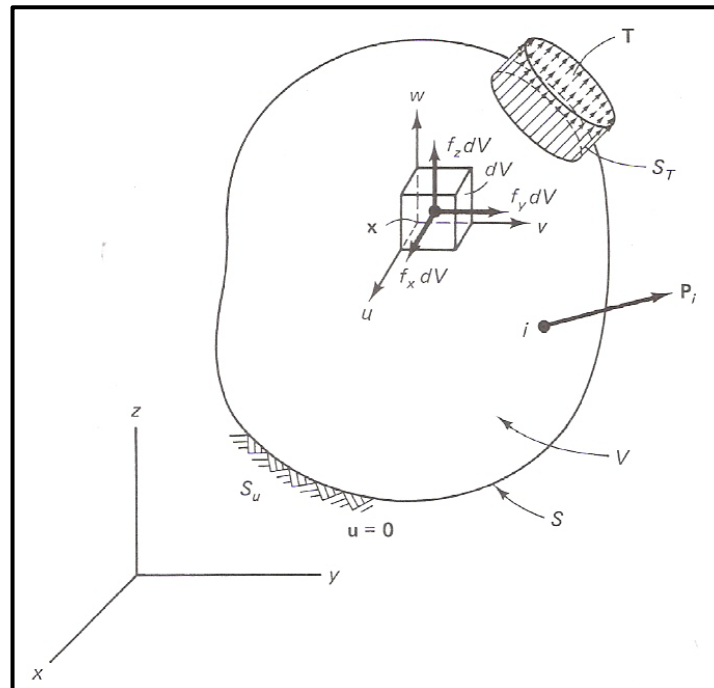


Figura 4. Cuerpo Tridimensional (Fuente: Chandrupatla, T.R y Belegundu, A.D. 1999).

La fuerza distribuida por unidad de volumen, por ejemplo, el peso por unidad de volumen, es el vector f dado por:

$$f = [f_x, f_y, f_z]^T \quad (2.2)$$

En la figura 5 se muestra la fuerza de cuerpo actuando sobre el volumen elemental. dV La tracción superficial T puede darse por el valor de sus componentes en puntos sobre la superficie:

$$T = [T_x, T_y, T_z]^T \quad (2.3)$$

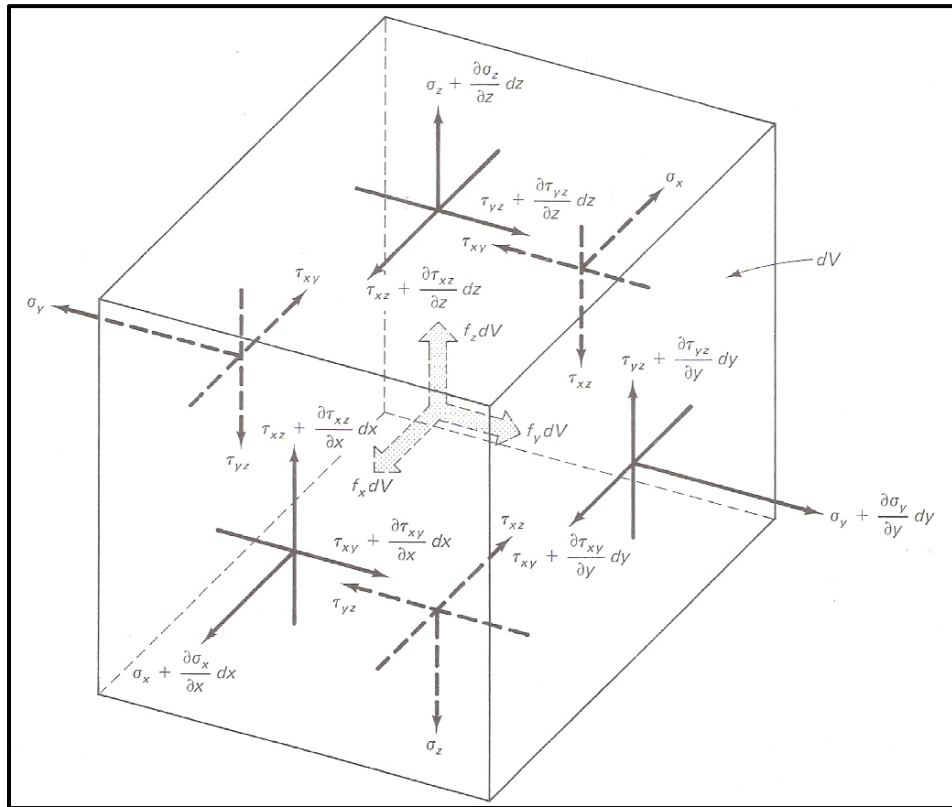


Figura 5. Equilibrio de un volumen elemental (Fuente: Chandrupatla, T.R y Belegundu, A.D. 1999).

En la figura 5 se muestran los esfuerzos que actúan sobre el volumen elemental dV . Cuando el volumen dV “se contrae” a un punto, el tensor de esfuerzo se representa

colocando sus componentes en matriz simétrica (3 x 3). Sin embargo, representamos los esfuerzos por medio de sus seis componentes independientes como sigue:

$$\sigma = [\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{yz}, \tau_{xz}, \tau_{xy}]^T \quad (2.4)$$

Donde $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ son esfuerzos normales y $\tau_{yz}, \tau_{xz}, \tau_{xy}$ son esfuerzos cortantes. Consideremos el equilibrio del volumen elemental mostrado en la figura 5. Primero obtenemos las fuerzas sobre las caras multiplicando los esfuerzos por las áreas correspondientes. Escribimos $\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$ y $\sum F_z = 0$, y recordando que $dV = dx dy dz$, obtenemos las ecuaciones de equilibrio:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + f_x = 0 \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + f_y = 0 \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + f_z = 0 \quad (2.7)$$

2.7 Relaciones Esfuerzo-Deformación

Para materiales elásticos lineales, las relaciones esfuerzo-deformación unitaria provienen de la ley de Hooke generalizada. Para materiales isotrópicos, las dos propiedades del material son el módulo de Young (o módulo de elasticidad) E y la relación de Poisson ν . Si se considera un cubo elemental dentro del cuerpo, la ley de Hooke da:

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\sigma_z}{E}$$

$$\varepsilon_y = -\nu \frac{\sigma_x}{E} + \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\sigma_z}{E}$$

$$\varepsilon_z = -\nu \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} + \frac{\sigma_z}{E} \quad (2.8)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}$$

El módulo de corte (o módulo de rigidez) G , está dado por:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (2.9)$$

De las relaciones de la ley de Hooke (ecuación 2.8), se puede notar que:

$$\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \frac{(1 - 2\nu)}{E} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \quad (2.10)$$

Sustituyendo $(\sigma_y + \sigma_z)$ y otras relaciones en la ecuación 2.8, obtenemos las relaciones inversas:

$$\sigma = D\varepsilon \quad (2.11)$$

Donde D es la matriz simétrica de (6×6) del material dada por:

$$D = \frac{E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \begin{bmatrix} 1 - \nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1 - \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1 - \nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,5 - \nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,5 - \nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,5 - \nu \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

2.8 Relaciones Deformación-Desplazamiento

En la siguiente ecuación representamos las deformaciones unitarias en una forma vectorial que corresponde a los esfuerzos:

$$\varepsilon = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{yz}, \gamma_{xz}, \gamma_{xy}]^T \quad (2.13)$$

Donde $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ y ε_z son las deformaciones unitarias normales, γ_{yz}, γ_{xz} y γ_{xy} son las deformaciones angulares unitarias cortantes.

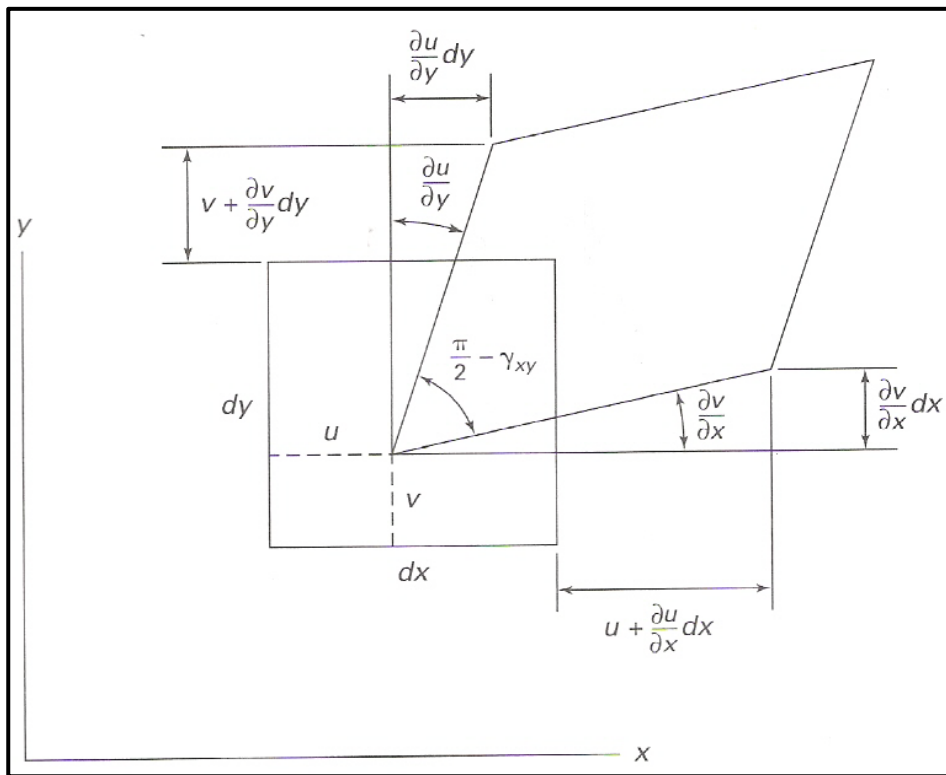


Figura 6. Superficie elemental deformada (Fuente: Chandrupatla, T.R y Belegundu, A.D. 1999).

La figura 6 da la deformación de la cara $dx-dy$ para pequeñas deformaciones. Tomando en cuenta también las otras caras, se puede escribir:

$$\varepsilon = \left[\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial w}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right]^T \quad (2.14)$$

Estas relaciones entre deformaciones unitarias se cumplen para deformaciones pequeñas (Chandrupatla y Belegundu, 1999).

2.9 Condiciones de Compatibilidad

En términos generales, los problemas de mecánica de sólidos consisten en la determinación de la matriz de esfuerzos $\sigma(x, y, z)$ y del campo de desplazamientos $s(x, y, z)$ en términos de fuerzas de volumen y de las condiciones de borde existentes en la superficie del sólido, que son fuerzas de superficie y desplazamientos externos o restricciones al movimiento.

La solución formal de un problema de mecánica de sólidos viene dada por la solución de un sistema de ecuaciones en derivadas parciales con condiciones de borde. La solución analítica de esta clase de problemas, desde un punto de vista estrictamente matemático, es extremadamente compleja y factible en muy pocos casos.

Por esta razón, se han desarrollado variadas metodologías, tales como la teoría de *Resistencia de Materiales*, por ejemplo, las cuales se basan en la apreciación intuitiva y experimental de la naturaleza de un determinado problema para plantear una solución en términos de parámetros o funciones desconocidos, los cuales se determinan posteriormente forzando a que se cumplan las ecuaciones diferenciales que lo gobiernan, así como las condiciones de borde correspondientes. Estas metodologías se conocen con el nombre genérico de *métodos semi-inversos*. Se denominan así pues los problemas se resuelven a la inversa, comenzando precisamente por proponer una solución parcial o incompleta. Dependiendo de lo que resulte más apropiado o conveniente para una determinada clase de problemas, en estos métodos se proponen soluciones parciales para los desplazamientos o bien para los esfuerzos.

En el primer caso el procedimiento es relativamente simple pues a partir de los desplazamientos propuestos se determinan las deformaciones por medio de las relaciones deformación-desplazamiento, y luego se calculan los esfuerzos utilizando

relaciones entre los esfuerzos y las deformaciones, las cuales, dependen del material. Los esfuerzos así obtenidos se introducen en las ecuaciones de equilibrio y, posteriormente, se imponen las condiciones de borde para las cargas externas aplicadas, las cuales pueden generalmente expresarse en términos de esfuerzos por medio del Teorema de Cauchy. De esta forma se completa la solución parcial propuesta.

En el segundo caso, cuando se parte de una solución en términos de los esfuerzos, la solución propuesta es tal que cumple de una vez con las ecuaciones de equilibrio y las condiciones de borde del problema. Usando entonces las relaciones esfuerzos-deformaciones se determinan las deformaciones. Estas deformaciones así obtenidas se introducen en las relaciones deformación-desplazamiento, y se procede luego a su integración para obtener los desplazamientos u , v y w . A estos desplazamientos se les impone las condiciones de borde para el problema y se completa de esta manera la solución parcial propuesta al principio.

Es justamente en este segundo caso donde pueden presentarse problemas de incompatibilidad entre los esfuerzos propuestos y los desplazamientos correspondientes.

Para resolver esto es necesario de ecuaciones adicionales al problema para así poder asegurar que la solución buscada es compatible con las condiciones de contorno o para asegurar la integrabilidad del campo de deformaciones (Goncalves, 2002).

Dichas ecuaciones reciben el nombre de *condiciones de compatibilidad*, las cuales son las que debe verificar un tensor simétrico de segundo orden para que pueda ser un tensor de deformación y que, por lo tanto, exista un campo de desplazamientos del cual provenga (Olivella y Bosch, 2000); y son las siguientes:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial y^2} = 2 \frac{\partial^2 \gamma_{yz}}{\partial y \partial z} \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x^2} = 2 \frac{\partial^2 \gamma_{xz}}{\partial x \partial z} \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} = 2 \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} - \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right) \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x \partial z} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} - \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right) \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y \partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right) \quad (2.20)$$

2.10 Esfuerzo Plano

Se dice que un cuerpo plano delgado sometido a carga plana sobre su borde está en esfuerzo plano. Un ejemplo de esto es un anillo ajustado a presión sobre una flecha, (figura 7a). Aquí los esfuerzos σ_z , τ_{xz} y τ_{yz} se consideran iguales a cero. Entonces, las relaciones de ley de Hooke dan:

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} \quad (2.21)$$

$$\varepsilon_y = -\nu \frac{\sigma_x}{E} + \frac{\sigma_y}{E} \quad (2.22)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{2(1 + \nu)}{E} \tau_{xy} \quad (2.23)$$

$$\varepsilon_z = -\frac{\nu}{E} (\sigma_x + \sigma_y) \quad (2.24)$$

Las relaciones inversas están dadas por:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.25)$$

Que suelen escribirse como:

$$\sigma = D\varepsilon$$

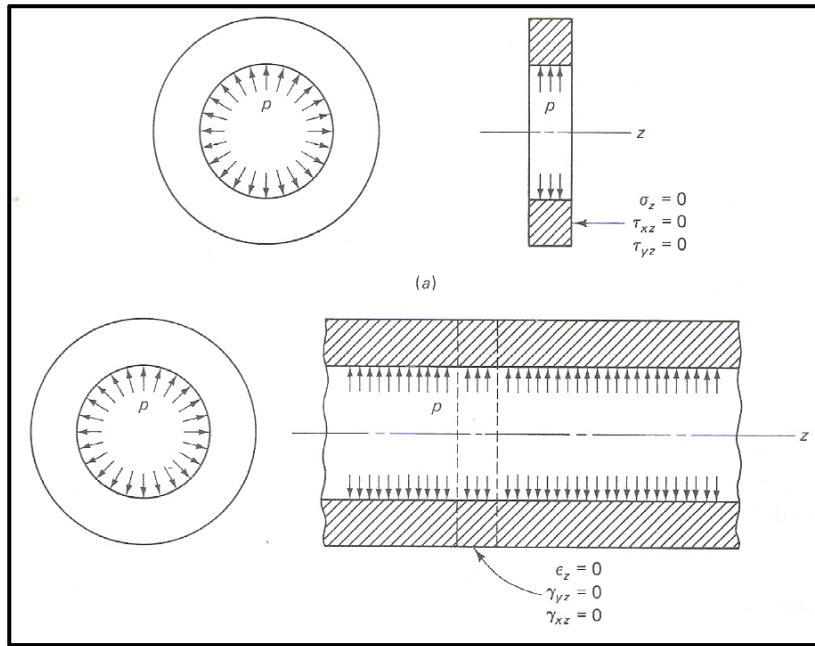


Figura 7. (a) Esfuerzo plano y (b) Deformación plana (Fuente: Chandrupatla, T.R y Belegundu, A.D. 1999).

2.11 Deformación Plana

Si un cuerpo largo plano de sección transversal uniforme está sometido a una carga transversal a lo largo de su longitud, un espesor pequeño en el área cargada, como se muestra en la figura 7b, puede tratarse como sometido a deformación plana. Aquí, ε_z , γ_{xz} y γ_{yz} se consideran iguales a cero. El esfuerzo σ_z puede no ser cero en

este caso. Las relaciones esfuerzo-deformación pueden obtenerse directamente de las ecuaciones 2.11 y 2.12:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.26)$$

Aquí D es una matriz de (3×3) , que relaciona tres esfuerzos con tres deformaciones.

Los cuerpos anisotrópicos, con orientación uniforme, pueden considerarse usando la matriz D apropiada para el material.

2.12 Implementación Matricial del Método de Elementos Finitos

Describiremos los procedimientos matriciales usados en el método de elementos finitos aplicado a problemas de análisis de tensiones. Estos métodos incluyen el ensamblaje de elementos, la imposición de condiciones de contorno, la solución del sistema de ecuaciones para obtener las cantidades nodales y el procesamiento de elementos para obtener cantidades tales como las tensiones (Jouglar, 2002).

2.12.1 Expresión matricial de la energía potencial total.

Consideremos un cuerpo plano que puede representarse mediante un dominio bidimensional Ω discretizado mediante elementos finitos. La energía potencial total V de un cuerpo elástico lineal viene dada por la suma de la energía potencial de deformación U y de la energía potencial V_e asociada al trabajo de las fuerzas externas.

$$V = U + V_e \quad (2.27)$$

La energía potencial de deformación U se puede expresar como:

$$U = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \varepsilon^T D \varepsilon h d\Omega \quad (2.28)$$

Donde ε es el vector de deformación, D es la matriz constitutiva y h es el espesor.

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}, \quad D = \frac{E}{1 - \nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - \nu}{2} \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

La energía potencial V_e asociada al trabajo de las fuerzas externas es:

$$V_e = - \int_{\Omega} b^T u h d\Omega - \int_r t^T u h dT \quad (2.30)$$

Donde b es el vector de fuerzas de volumen, t es el vector de fuerzas de superficie y u es el vector de desplazamientos.

$$b = \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \end{bmatrix}, \quad t = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

Luego la energía potencial total se puede expresar como:

$$V = U + V_e = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \varepsilon^T D \varepsilon h d\Omega - \int_{\Omega} b^T u h d\Omega - \int_T t^T u h dT \quad (2.32)$$

Si usamos una aproximación por elementos finitos es necesario dividir el dominio Ω en elementos y podemos expresar la energía potencial total como:

$$V = U + V_e = \sum_{e=1}^{nel} \frac{1}{2} \int_{\Omega_e} \varepsilon^T D \varepsilon h d\Omega - \int_{\Omega} b^T u h d\Omega - \int_T t^T u h dT \quad (2.33)$$

Siendo nel el número de elementos, Ω_e la región ocupada por cada elemento y T_e su contorno cargado.

Para poder obtener una aproximación por elementos finitos debemos aplicar el método de Rayleigh-Ritz utilizando los campos de desplazamientos u formados por las funciones de forma de los elementos finitos.

2.12.2 Aproximación por elementos finitos.

El primer paso para obtener una aproximación por elementos finitos es realizar una *discretización* del dominio. Esto es, debemos generar una malla de elementos finitos que cubra todo el dominio.

Además debemos numerar los *nodos* de la malla, que son aquellos puntos que tienen asociadas coordenadas generalizadas. Para el caso particular de análisis de tensiones las coordenadas generalizadas son los *desplazamientos nodales*. Así para el nodo i sus desplazamientos nodales serán u_i y v_i . Consideremos una aproximación por elementos finitos de los desplazamientos u , como:

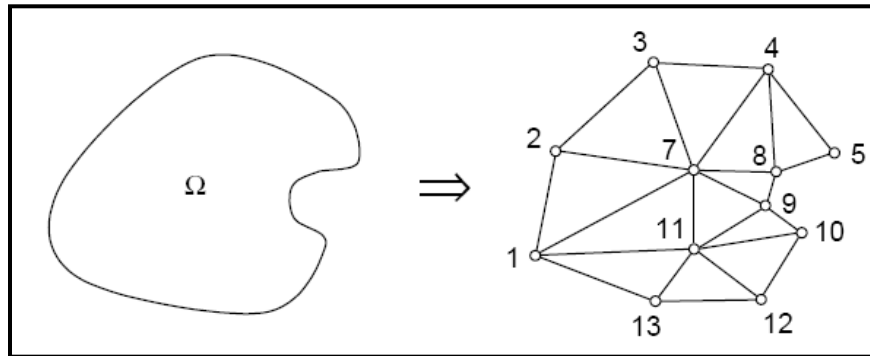


Figura 8. Discretización de un dominio Ω .

$$u = \sum_{i=1}^n u_i N_i(x, y), \quad v = \sum_{i=1}^n v_i N_i(x, y) \quad (2.34)$$

Donde u_i , v_i son los desplazamientos nodales. Cada función de prueba N_i se compone de las funciones de forma asociadas al nodo i de todos los elementos que contienen ese nodo, esto es:

$$N_i(x, y) = \sum_{e=1}^{nel} N_i^e(x, y) \quad (2.35)$$

Donde nel es el número de elementos de la malla.

Además, los desplazamientos u^e , v^e en cada elemento se pueden expresar como:

$$u^e = \sum_{j=1}^{nnod} u_j^e N_j(x, y), \quad v^e = \sum_{j=1}^{nnod} v_j^e N_j(x, y) \quad (2.36)$$

Donde $nnod$ es el número de nodos del elemento. Nótese que en este caso el índice j se refiere a la numeración local del nodo en el elemento. Así, por ejemplo, para un triángulo de 3 nodos los desplazamientos sobre el elemento son:

$$u^e = N_1^e u_1^e + N_2^e u_2^e + N_3^e u_3^e \quad (2.37)$$

$$v^e = N_1^e v_1^e + N_2^e v_2^e + N_3^e v_3^e \quad (2.38)$$

Esta ecuación puede escribirse matricialmente como:

$$u^e = N^e d^e \quad (2.39)$$

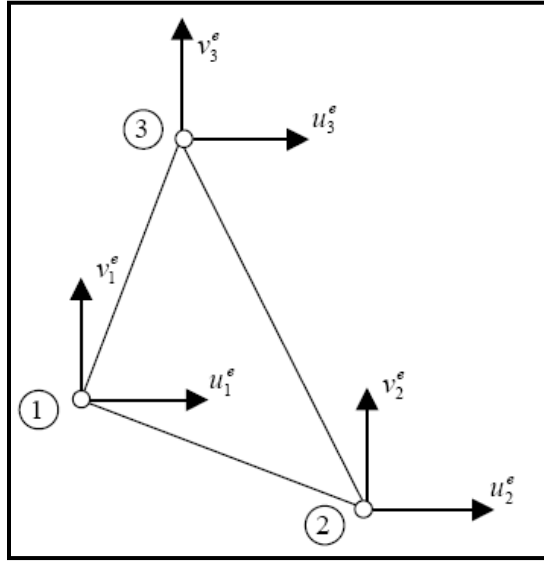


Figura 9. Desplazamientos nodales para el triángulo de 3 nodos.

Siendo N^e la matriz de funciones de forma del elemento:

$$N^e = \begin{bmatrix} N_1^e & 0 & : & N_2^e & 0 & : & N_3^e & 0 \\ 0 & N_1^e & : & 0 & N_2^e & : & 0 & N_3^e \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

Y d^e es el vector de desplazamientos nodales del elemento:

$$d^e = \{u_1^e \ v_1^e \ : \ u_2^e \ v_2^e \ : \ u_3^e \ v_3^e\} \quad (2.41)$$

En forma particionada la matriz de funciones de forma se puede escribir como:

$$N^e = [N_1^e \ : \ N_2^e \ : \ N_3^e] \quad (2.42)$$

Donde las submatrices N_i^e que están asociadas a cada nodo del elemento son:

$$N_i^e = \begin{bmatrix} N_i^e & 0 \\ 0 & N_i^e \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

El vector d^e de desplazamientos nodales del elemento se puede también expresar en forma particionada como:

$$\mathbf{d}^e = \begin{Bmatrix} \mathbf{d}_1^e \\ \vdots \\ \mathbf{d}_2^e \\ \vdots \\ \mathbf{d}_3^e \end{Bmatrix} \quad (2.44)$$

Donde los vectores $\mathbf{d}_i^e$ que están asociados a los desplazamientos de cada nodo i del elemento son:

$$\mathbf{d}_i^e = \begin{Bmatrix} u_i^e \\ v_i^e \end{Bmatrix} \quad (2.45)$$

Siendo u_i^e, v_i^e los desplazamientos del nodo i del elemento.

2.12.3 Matriz gradiente.

Si reemplazamos los campos de desplazamientos aproximados por elementos finitos en las expresiones de las deformaciones, en cada elemento tenemos:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u^e}{\partial x} = \frac{\partial N_1^e}{\partial x} u_1^e + \frac{\partial N_2^e}{\partial x} u_2^e + \frac{\partial N_3^e}{\partial x} u_3^e \quad (2.46)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v^e}{\partial y} = \frac{\partial N_1^e}{\partial y} v_1^e + \frac{\partial N_2^e}{\partial y} v_2^e + \frac{\partial N_3^e}{\partial y} v_3^e \quad (2.47)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial N_1^e}{\partial x} u_1^e + \frac{\partial N_1^e}{\partial y} v_1^e + \frac{\partial N_2^e}{\partial x} u_2^e + \frac{\partial N_2^e}{\partial y} v_2^e + \frac{\partial N_3^e}{\partial x} u_3^e + \frac{\partial N_3^e}{\partial y} v_3^e \quad (2.48)$$

y en forma matricial:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u^e}{\partial x} \\ \frac{\partial v^e}{\partial y} \\ \frac{\partial u^e}{\partial x} + \frac{\partial v^e}{\partial y} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1^e}{\partial x} & 0 & \vdots & \frac{\partial N_2^e}{\partial x} & 0 & \vdots & \frac{\partial N_3^e}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1^e}{\partial y} & \vdots & 0 & \frac{\partial N_2^e}{\partial y} & \vdots & 0 & \frac{\partial N_3^e}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1^e}{\partial y} & \frac{\partial N_1^e}{\partial x} & \vdots & \frac{\partial N_2^e}{\partial y} & \frac{\partial N_2^e}{\partial x} & \vdots & \frac{\partial N_3^e}{\partial y} & \frac{\partial N_3^e}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1^e \\ v_1^e \\ \vdots \\ u_2^e \\ v_2^e \\ \vdots \\ u_3^e \\ v_3^e \end{Bmatrix} \quad (2.49)$$

Y en forma abreviada:

$$\varepsilon = B^e d^e \quad (2.50)$$

Donde B^e es la *matriz gradiente* del elemento y d^e es el vector de desplazamientos nodales del elemento. En forma particionada la matriz gradiente se puede escribir como:

$$B^e = [B_1^e : B_2^e : B_3^e] \quad (2.51)$$

Donde las submatrices B_i^e que están asociadas a cada nodo del elemento son:

$$B_i^e = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i^e}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i^e}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i^e}{\partial y} & \frac{\partial N_i^e}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

Observemos que un caso general la matriz gradiente del elemento B^e estará compuesta de tantas submatrices B_i^e como nodos tenga el elemento.

2.12.4 Matriz de rigidez y vector de cargas nodales equivalentes.

Si reemplazamos los campos de desplazamientos aproximados por elementos finitos en la expresión de la energía potencial total tenemos:

$$V = \sum_{e=1}^{nel} \frac{1}{2} \int_{\Omega_e} d^{eT} B^{eT} D B^e d^e h d\Omega - \int_{\Omega_e} d^{eT} N^{eT} b h d\Omega - \int_{T_e} d^{eT} N^{eT} t h dT \quad (2.53)$$

Definiendo la *matriz de rigidez* del elemento como:

$$K^e = \int_{\Omega_e} B^{eT} D B^e h d\Omega \quad (2.54)$$

Esta matriz es una matriz cuadrada de dimensión igual a la cantidad de desplazamientos nodales del elemento y definiendo además al *vector de cargas nodales equivalentes* del elemento como:

$$f^e = \int_{\Omega_e} N^{eT} b h d\Omega + \int_{T_e} N^{eT} t h dT \quad (2.55)$$

Luego la energía potencial total se puede expresar como:

$$V = \sum_{e=1}^{nel} \frac{1}{2} d^{eT} K^e d^e - d^e f^e \quad (2.56)$$

Si empleamos la forma particionada (***) para las matrices gradiente del elemento B^e entonces la matriz de rigidez del elemento K^e se puede expresar en forma particionada como:

$$K^e = \begin{bmatrix} K_{11}^e & K_{12}^e & K_{13}^e \\ K_{21}^e & K_{22}^e & K_{23}^e \\ K_{31}^e & K_{32}^e & K_{33}^e \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

Siendo:

$$K_{ij}^e = \int_{\Omega_e} B_i^{eT} D B_j^e h d\Omega \quad (2.58)$$

La submatriz de rigidez del elemento que relaciona los nodos numerados localmente como i, j en el elemento.

Si definimos al vector d de desplazamientos de la malla con n nodos, como:

$$\mathbf{d} = \begin{Bmatrix} d_1 \\ \dots \\ d_2 \\ \dots \\ \vdots \\ \dots \\ d_3 \end{Bmatrix} \quad (2.59)$$

Entonces la energía potencial de deformación se puede expresar como:

$$U = \sum_{e=1}^{nel} \frac{1}{2} \mathbf{d}^e T \mathbf{K}^e \mathbf{d}^e = \sum_{e=1}^{nel} \frac{1}{2} \mathbf{d}^T \mathbf{K} \mathbf{d} \quad (2.60)$$

Siendo $\mathbf{K}$ la *matriz de rigidez global* formada por las submatrices $\mathbf{K}_{ij}$ valen:

$$\mathbf{K}_{ij} = \mathbf{K}_{ij}^e \quad (2.61)$$

Esto es, si dos nodos están vinculados por un elemento, entonces dicho elemento debe contribuir con una submatriz a la matriz de rigidez global.

Por otro lado, la energía potencial de las fuerzas externas se puede expresar como:

$$V_e = -\mathbf{d}^T \mathbf{f} \quad (2.62)$$

Siendo $\mathbf{f}$ el *vector de fuerzas externas global* cuyas componentes f_i valen:

$$f_i = \sum_{e=1}^{nel} f_i^e \quad (2.63)$$

Finalmente, la energía potencial total queda:

$$V = \frac{1}{2} \mathbf{d}^T \mathbf{K} \mathbf{d} - \mathbf{d}^T \mathbf{f} \quad (2.64)$$

Aplicando Rayleigh-Ritz debemos minimizar esta expresión respecto de las coordenadas generalizadas, que en este caso son los desplazamientos nodales d , esto es:

$$\frac{\partial V}{\partial d} = K d - f = 0 \quad (2.65)$$

Resultando el siguiente sistema de ecuaciones:

$$K d = f \quad (2.66)$$

Que tiene por incógnitas a los desplazamientos nodales de toda la malla. En general, algunos de estos desplazamientos tendrán valores prescritos por lo que no serán incógnitas, en este caso deberíamos eliminar la línea correspondiente a este desplazamiento de la matriz de rigidez global. Obsérvese que el primer paso para resolver este sistema de ecuaciones es el montaje de la matriz K y del vector f a partir de las contribuciones de los elementos, este proceso se denomina *ensamblaje*.

2.13 Fortran™.

Este lenguaje programación fue el primero de alto nivel, desarrollado por IBM™ en 1957 para el equipo IBM™ 704. Está fuertemente orientado al cálculo y por ende es uno de los de mayor eficiencia en la ejecución.

La definición estándar del lenguaje se estableció en 1966.

Algunas otras versiones subsiguientes fueron:

- FORTRAN™ IV.
- FORTRAN™ 80.
- FORTRAN™ 77.
- FORTRAN™ 90.

- FORTRAN™ 95.

Fortran™ ha sido ampliamente adoptado por la comunidad científica para escribir aplicaciones de cálculos intensivos. La inclusión en el lenguaje de la aritmética de números complejos amplió la gama de aplicaciones para las cuales el lenguaje se adapta especialmente; muchas técnicas de compilación de lenguajes se han implementado para mejorar la calidad del código generado por los compiladores de Fortran™.

2.13.1 Principales características.

El lenguaje fue diseñado teniendo en cuenta que los programas serían escritos en tarjetas perforadas de 80 columnas. Así por ejemplo, las líneas debían ser numeradas y la única alteración posible en el orden de ejecución era producida con la instrucción “go to”. Estas características han evolucionado de versión en versión. Las actuales contienen subprogramas, recursión y una variada gama de estructuras de control.

2.13.2 Ventajas e inconvenientes de su sintaxis.

Lo que fue la primera tentativa de proyección de un lenguaje de programación de alto nivel, tiene una sintaxis considerada arcaica por muchos programadores que aprenden lenguajes más modernos. Es difícil escribir un bucle "for", y errores en la escritura de sólo un carácter pueden llevar a errores durante el tiempo de ejecución en vez de errores de compilación, en el caso de que no se usen las construcciones más frecuentes. Algunas de las versiones anteriores no poseían facilidades que son consideradas como útiles en las máquinas modernas, como la asignación dinámica de memoria.

Se debe tener en cuenta que la sintaxis de Fortran™ fue afinada para el uso en trabajos numéricos y científicos. Muchas de sus deficiencias han sido abordadas en revisiones recientes del lenguaje. Por ejemplo, Fortran™ 95 posee comandos mucho

más breves para efectuar operaciones matemáticas con matrices y dispone de tipos. Esto no sólo mejora mucho la lectura del programa sino que además aporta información útil al compilador.

Por estas razones FortranTM no es muy usado fuera de los campos de la informática y el análisis numérico, pero permanece como el lenguaje a escoger para desempeñar tareas de computación numérica de alto rendimiento.

CAPÍTULO 3

Marco Metodológico

3.1 Nivel de Investigación

Los estudios descriptivos buscan desarrollar una imagen o fiel representación del fenómeno analizado a partir de sus características. Miden variables o conceptos con el fin de especificar las propiedades importantes de comunidades, personas, grupos o fenómenos bajo análisis. Esta puede incluir los siguientes tipos de estudios: Encuestas, Casos, Exploratorios, Causales, De Desarrollo, Predictivos, De Conjuntos, De Correlación.

El presente trabajo de grado se basa en un nivel investigativo descriptivo del tipo de desarrollo. Este se desarrollará a partir de la implementación de un código de programación en FortranTM que por medio del Método de Elementos Finitos permita hallar para variados modelos geométricos los esfuerzos, deformaciones y desplazamientos que se producen en ellos según las condiciones de borde especificadas; y con la ayuda de un visualizador gráfico poder mostrar e interpretar los resultados obtenidos.

3.2 Diseño de la Investigación

La investigación que se presenta pretende mostrar la eficacia de el ensamblaje entre el visualizador gráfico y el código en FortranTM para la resolución de problemas mecánicos de manera fácil y rápida, y de manera sencilla en la visualización de resultados. En esta sección se especifica el plan general de los pasos a seguir para dar cumplimiento a los objetivos planteados.

3.2.1 Documentación Bibliográfica.

En esta etapa se procederá a la revisión bibliográfica del Método de Elementos Finitos como método de resolución de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales; para la resolución de las ecuaciones que describen los fenómenos de esfuerzos, desplazamientos y deformación que se presentan en un cuerpo al ser sometido a una fuerza.

3.2.2 Revisión Técnica.

En esta etapa se procederá a la revisión y prueba del programa computacional GiD para tener conocimiento del funcionamiento, ventajas y desventajas, de manera que se puede utilizar de la forma más eficiente posible; y del lenguaje de programación Fortran™ (versión 95) que es el cual en el que se encuentra desarrollado el código de resolución para el Método de Elementos Finitos.

3.2.3 Generación del ensamblaje entre el visualizador GiD y el código en Fortran™.

Esto se realizará mediante la implementación de lo denominado “Tipo de Problema”, lo cual es un módulo que es anexado al visualizador GiD, dicho módulo contiene el programa ejecutable del código de elementos finitos y los archivos necesarios que recopilan y ordenan los datos del modelo a analizar y sus condiciones para seguidamente realizar el análisis que serán retornados en un archivo de resultados el cual por medio del GiD se podrá observar gráficamente el análisis realizado.

3.2.4 Obtención de la data para el Pre-Proceso.

En el GiD se puede crear la geometría a estudiar o sino también importarla ya creada en otro programa, seguidamente al activar el Tipo de Problema se procede a crear el mallado en la geometría y asignar las condiciones de cargas y restricciones, así como el tipo de material y aquellos otros datos que sean de importancia en el estudio.

3.2.5 Implementación del código en FortranTM.

Luego de haber obtenido la data del pre-proceso, se procederá a continuar con el proceso, esta data se procesa y son arrojados los resultados correspondientes; el programa implementa las soluciones de un problema de elasticidad siguiendo una rutina de programación en FortranTM la cual adicionalmente organiza los datos de salida, de tal manera que sean comprensibles y el resultado permita decidir si ciertas consecuencias del problema son o no aceptables.

3.2.6 Toma de datos del Post-Proceso.

Seguidamente de haber implementado el programa, se obtendrá un archivo con los resultados del proceso (desplazamientos, esfuerzos); datos que resulta conveniente procesarlos de alguna manera adicional para hacerlos más comprensible e ilustrar diferentes aspectos del problema. En esta etapa de post-proceso los resultados obtenidos de la resolución son tratados, para realizar representaciones gráficas y obtener magnitudes derivadas, que permitan extraer conclusiones del problema. El código ya no interviene en esta etapa, todo es realizado por GiD.

3.2.7 Validación del ensamblaje.

Se realizará mediante la comparación de las curvas comportamiento de los resultados obtenidos para los distintos modelos geométricos analizados en el GiD y en un programa comercial reconocido.

Las curvas de comportamiento se construirán con los valores de esfuerzos y desplazamientos máximos para cantidades distintas de nodos.

3.2.8 Elaboración del Manual del Usuario.

Se elaborará un documento técnico el cual permitirá conocer el funcionamiento interno de la herramienta computacional desarrolla, que contendrá la descripción del programa, revisión y requerimientos necesarios, permitirá dar asistencia a los usuarios

y una vez familiarizado con el mismo, pasa a ser un instrumento de consulta para cuando se presenta alguna duda.

3.3 Recursos de la Investigación

3.3.1 Recursos Humanos.

Durante el desarrollo de esta investigación se contará con un tutor académico, que se encarga de supervisar la investigación, su contenido, realizar correcciones y proponer mejoras.

3.3.2 Recursos Materiales.

Los recursos materiales necesarios para la investigación son los siguientes:

- Se requiere el uso de una computadora con el programa GiD, además del uso de Microsoft Office[®].
- Material bibliográfico que fundamente las bases teóricas utilizadas.
- Programa basado en elementos finitos implementar y complementar.

CAPÍTULO 4

Desarrollo del Trabajo

4.1 Consideraciones Especiales

En este capítulo se presentará a continuación una breve explicación de cómo crear el ensamblaje entre el visualizador GiD y el código FortranTM de elementos finitos por medio del Tipo de Problema. En el capítulo anterior se explico un poco acerca de la creación del Tipo de Problema, en el manual de usuario esto será abordado con más detalle.

4.2 Exploración del visualizador GiD

Por ser un programa con el cual se trabajó por primera vez, fue necesaria una exploración del mismo para conocer sus bondades y verificar que efectivamente se trata de un programa exclusivamente de Pre-Post/Procesamiento y carece de módulos de resolución y análisis de datos.

4.3 Formatos de archivos del GiD

Cuando el GiD es utilizado para un tipo de análisis en particular, es necesario predefinir toda la información requerida por el usuario y definir la manera en que la información final de pre-proceso es suministrada al módulo de resolución. Para realizar esto, algunos archivos son utilizados para describir las condiciones de carga y restricciones, propiedades de materiales, datos en general, unidades del sistema, símbolos, entre otros; la información de estos archivos es organizada en un archivo único (input) el cual constituye los datos de entrada para el módulo de resolución con los cuales realiza un serie de cálculos que son suministrados al GiD a través de un

archivo de resultados (output) para su posterior visualización en una interfaz gráfica en el post-proceso. El formato de estos archivos será tratado con detalle en manual de usuario de la herramienta creada.

4.4 Compatibilidad Formatos de archivos del GiD con el código en FortranTM

El código en FortranTM a utilizar debido a que no fue creado para ser usado con el GiD se hizo necesario el revisarlo para poder ver si podía utilizar en su condición original. Esto se hace observando el formato en como el código FortranTM suministra el archivo output al GiD. Esto no se realiza para el archivo input debido a que es posible de configurar para que suministre los datos de entrada de la manera deseada por el creador del módulo de resolución.

El código en FortranTM no suministra el archivo output en el formato con el cual es leído por el GiD por lo que se hizo necesario modificar el código para adaptarlo a las exigencias del visualizador.

4.5 Modificación del Código FortranTM

Por lo anteriormente expuesto fue necesario modificar el código para adaptarlo a las exigencias del visualizador, adicionalmente se introdujo una rutina para el cálculo de esfuerzos de Von Mises.

4.6 Creación de Ventanas

Las interfaces (figura 10) por medio de la cual se suministran los datos de entrada, son creadas automáticamente por el GiD al crear los archivos (figura 11) en los cuales se asignan las condiciones de carga y restricciones, propiedades de materiales, datos en general, unidades del sistema, símbolos, entre otros.

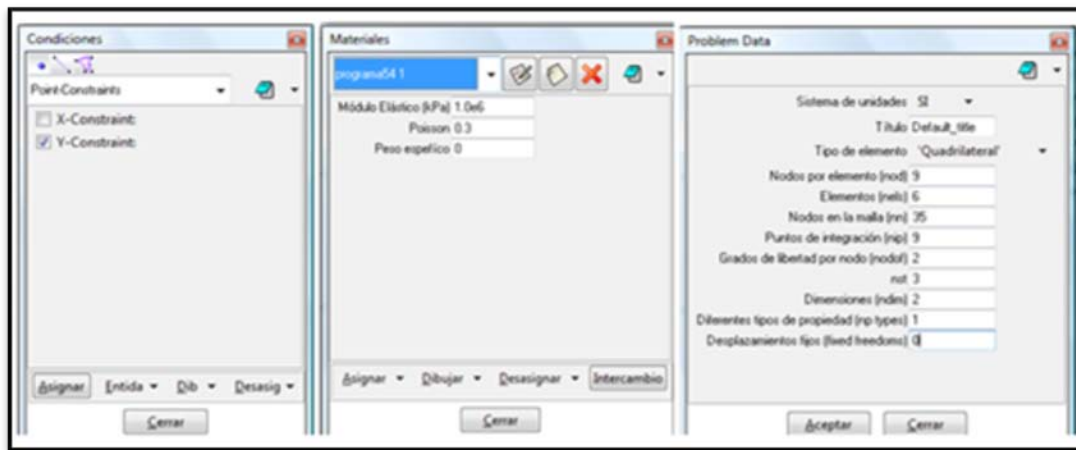


Figura 10. Ventanas.

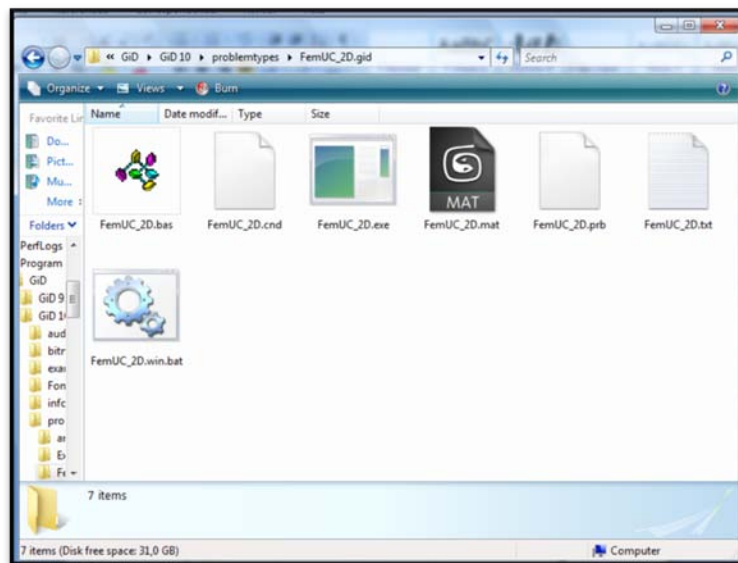


Figura 11. Archivos contenidos en el interior del Tipo de Problema FemUC_2D.

4.7 Creación del ensamble entre el GiD y el código en FortranTM

Ya creado los Tipos de Problemas (figura 12) se procede a guardarlo en la carpeta “problematypes” del directorio en el cual se encuentra instalado el GiD.

El Tipo de Problema lleva la extensión “.gid” y todos los archivos de su interior llevan el mismo nombre (figura 11 y 13).

Los Tipos de problema a utilizar en este trabajo son FemUC_2D.gid en el caso bidimensional de deformación plana y FemUC_3D.gid en el caso de análisis en tres dimensiones.

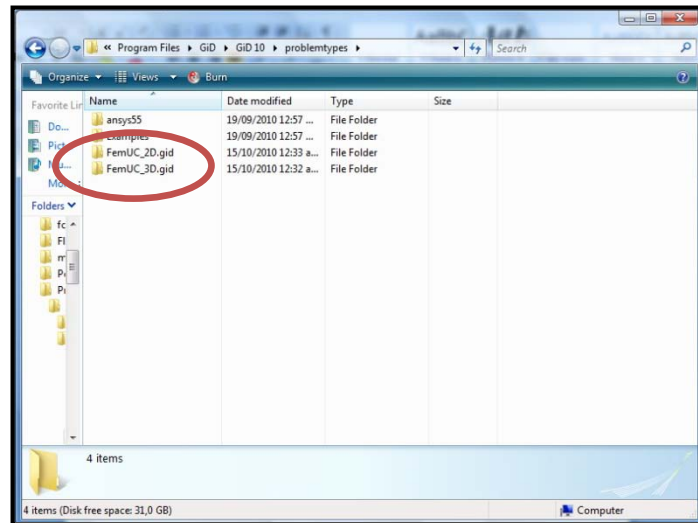


Figura 12. Tipos de problemas a utilizar en el trabajo.

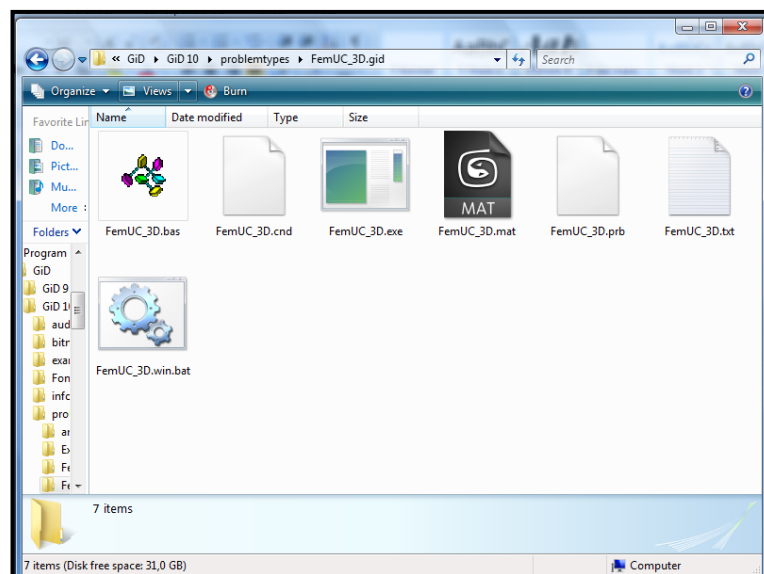


Figura 13. Archivos contenidos en el interior del Tipo de Problema FemUC_3D.

CAPÍTULO 5

Resultados Obtenidos

5.1 Resultados Obtenidos

Utilizando un programa comercial y el GiD se analizaron los modelos para distintas configuraciones de mallado mediante el método de los elementos finitos.

5.2 Modelo #1: Viga en voladizo (Cantilever).

Este es un ejemplo típico tridimensional de estudio en la enseñanza en ingeniería, empotrado en un extremo y en el contrario lleva aplicada una carga puntal. En la tabla 1 se muestran las propiedades del material que conforma la viga. En la tabla 2 se muestran las diferentes variaciones de elementos y nodos las cuales conformaran los puntos con los que se construirá la curva de comportamiento que se utilizará para validar el ensamblaje entre el visualizador gráfico y el código FortranTM. En la figura 14 se ilustra el modelo.

Tabla 1. Propiedades del material de la Viga en voladizo.

Material	Módulo Elástico	Relación de Poisson
Cornellian	2,8e10 Pa	0,4

Tabla 2. Variaciones en el mallado del modelo de Viga en voladizo.

Programa	Elementos	Nodos
Ansys TM	400	801
	802	1.605
	2.156	4.313
GiD	432	637
	2.000	2.541
	3.156	4.225

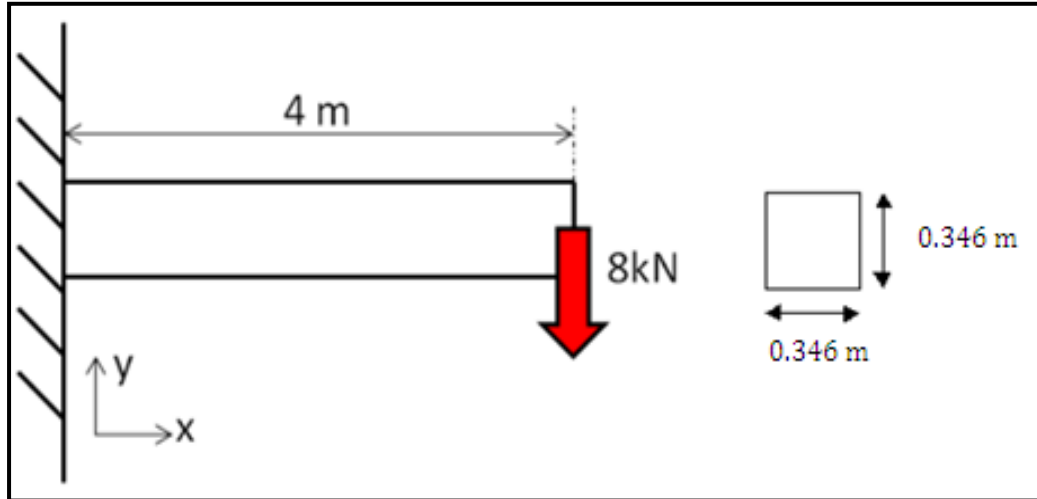


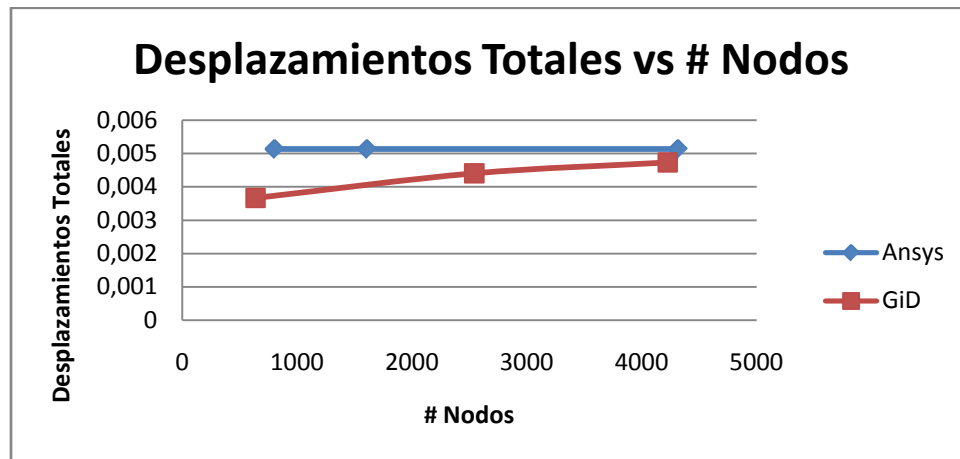
Figura 14. Viga en voladizo.

5.2.1 Modelo Teórico.

$$\sigma_{MAX} = \frac{M \cdot c}{I} = \frac{(8000N)(4m) \left(\frac{0.346m}{2} \right)}{\frac{(0.346m)(0.346m)^3}{12}} = 4.635 \text{ MPa}$$

$$\delta_{MAX} = \frac{PL^3}{3EI} = \frac{(8000N)(4m)^3}{3 \left(2.8 \times 10^{10} \frac{N}{m^2} \right) \left(\frac{(0.346m)(0.346m)^3}{12} \right)} = 0.005103 \text{ m}$$

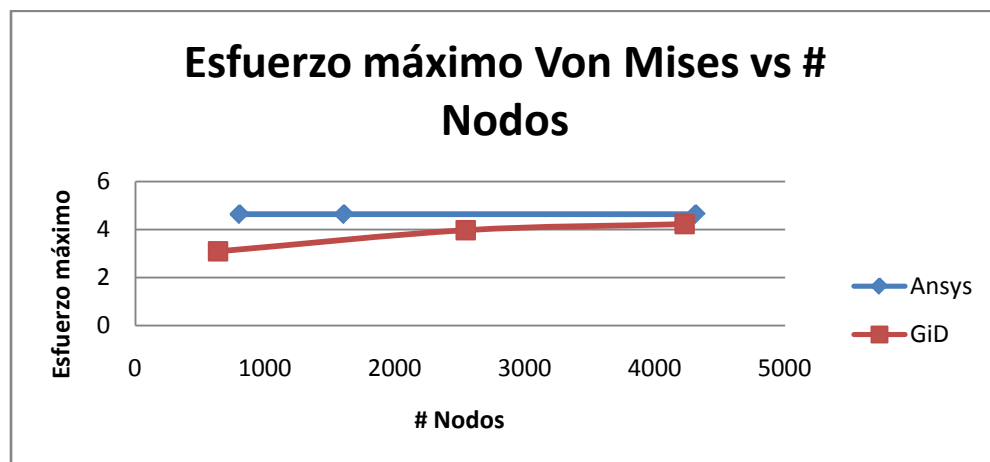
5.2.2 Desplazamientos.



Gráfica 1. Curva de Comportamiento Desplazamientos Totales vs # Nodos en la Viga en voladizo.

La gráfica 1 muestra la curva de comportamiento para el cálculo de desplazamientos de la Viga en voladizo. La curva en azul representa los estudios realizados en AnsysTM para el modelo, y la cura en rojo representa los estudios realizados con GiD.

5.2.3 Esfuerzos.



Gráfica 2. Curva de Comportamiento Esfuerzo máximo Von Mises vs # Nodos en la Viga en voladizo.

La gráfica 2 muestra la curva de comportamiento para el cálculo de esfuerzos de Von Mises de la Viga Empotrada. La curva en azul representa los estudios realizados en AnsysTM para el modelo, y la cura en rojo representa los estudios realizados con GiD.

5.2.4 Resultados Gráficos en AnsysTM y GiD.

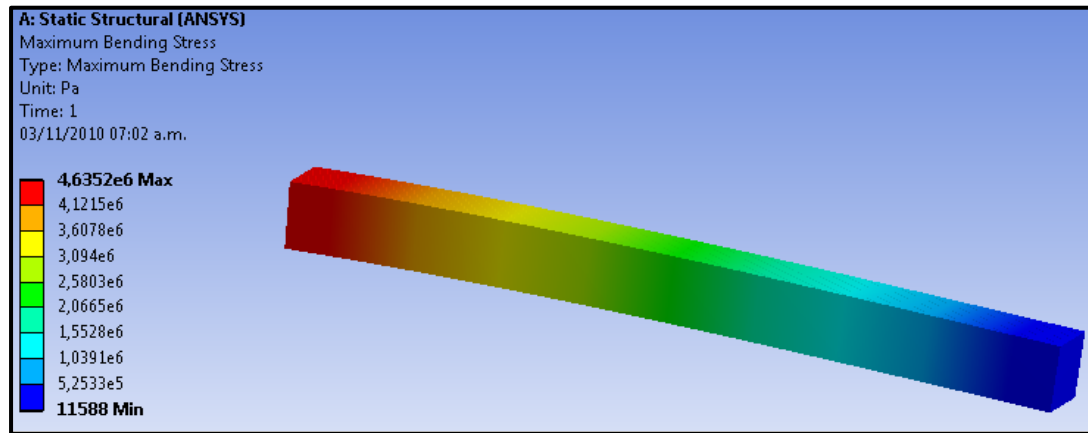


Figura 15. Esfuerzos de Von Mises en AnsysTM para la Viga en voladizo con 2156 elementos y 4313 nodos.

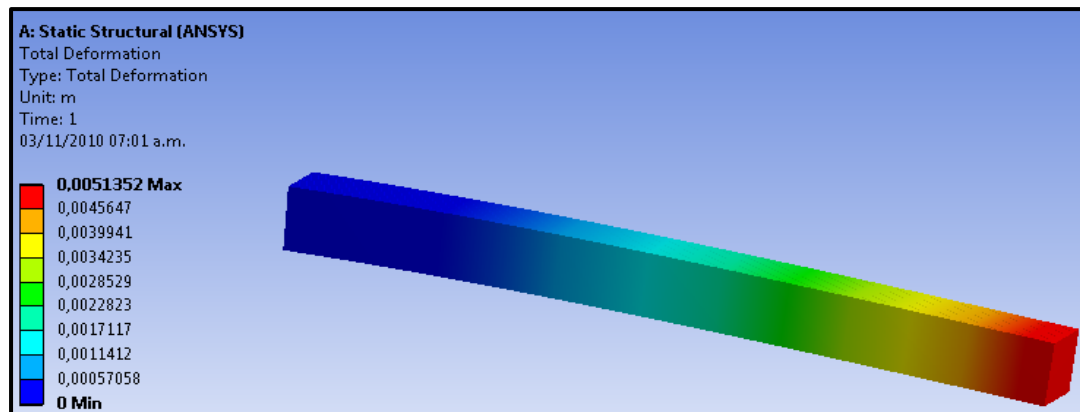


Figura 16. Desplazamientos Totales en AnsysTM para la Viga en voladizo con 2156 elementos y 4313 nodos.

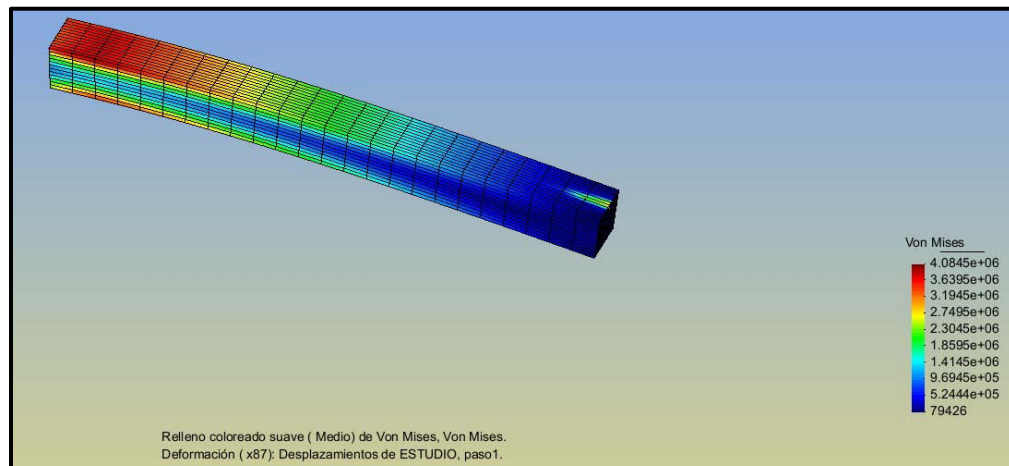


Figura 17. Esfuerzos de Von Mises en GiD para la Viga en voladizo con 3156 elementos y 4225 nodos.

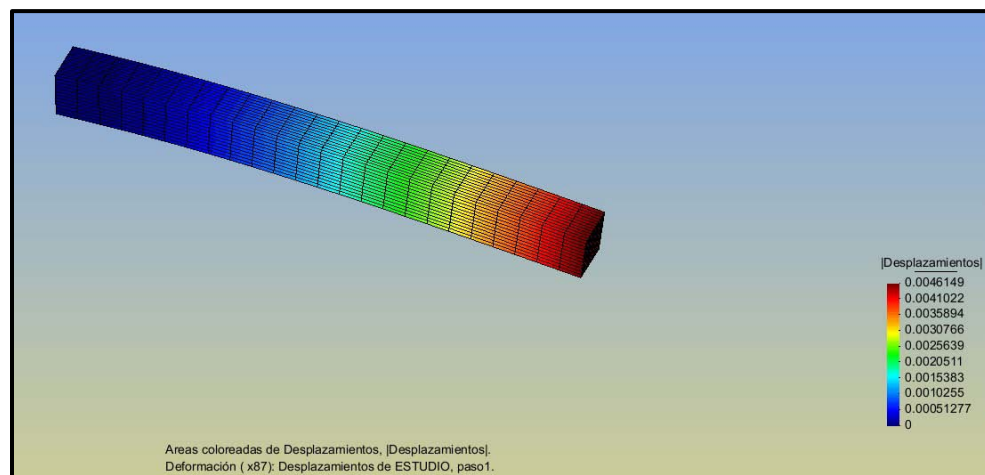


Figura 18. Desplazamientos Totales en GiD para la Viga en voladizo con 3156 elementos y 4225 nodos.

5.2.5 Análisis de Resultados

Al observar las curvas de comportamientos de un programa comercial como el AnsysTM, con respecto al programa FemUC tanto para el caso del esfuerzo de Von Mises como el de los desplazamientos, bajo las mismas condiciones de carga, restricciones, propiedades del material, y mallado similar se puede notar que aunque

difieren al principio, a grandes cantidades de nodos su tendencia es similar. En ambos casos, las curvas de comportamiento tienen a los resultados teóricos para una viga en voladizo.

Mientras más nodos y elementos se tengan en la malla, los programas tienden a ser más preciso en sus resultados. Las curvas de AnsysTM instantáneamente tienden al valor teórico mientras que las del GiD tienden a medida que aumenta la cantidad de nodos.

5.3 Modelo #2: Sólido sometido a tracción.

Este modelo tridimensional se encuentra empotrado en un extremo y en el contrario lleva aplicada una carga puntal de tracción en cada una de las esquinas de la cara. En la tabla 3 se muestran las propiedades del material que conforma el sólido. En la tabla 4 se muestran las diferentes variaciones en la cantidad de elementos y nodos las cuales conformaran los puntos con los que se construirá la curva de comportamiento que se utilizará para validar el ensamblaje entre el visualizador gráfico y el código FortranTM. En la figura 19 se ilustra el modelo.

Tabla 3. Propiedades del material del Sólido sometido a Tracción.

Material	Módulo Elástico	Relación de Poisson
Aluminio	2e11 Pa	0,3

Tabla 4. Variaciones en el mallado del modelo del Sólido sometido a Tracción.

Programa	Elementos	Nodos
Ansys TM	12	9
	114	41
	1.491	337
	6.481	1.321
GiD	6	8
	96	42
	1.152	332
	5.184	1.315

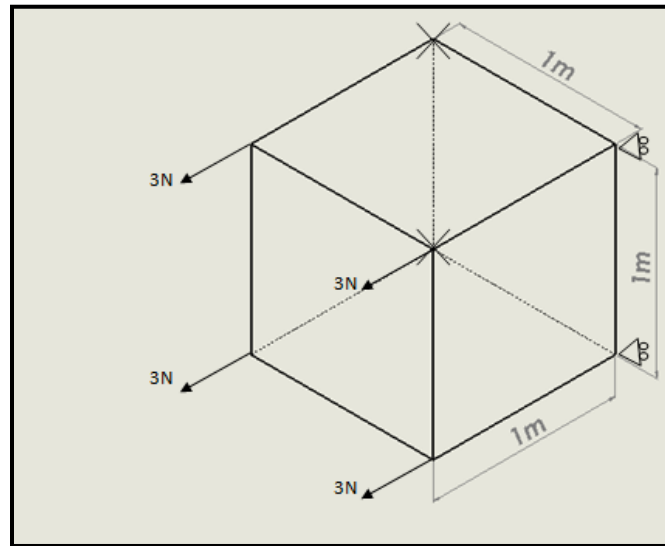
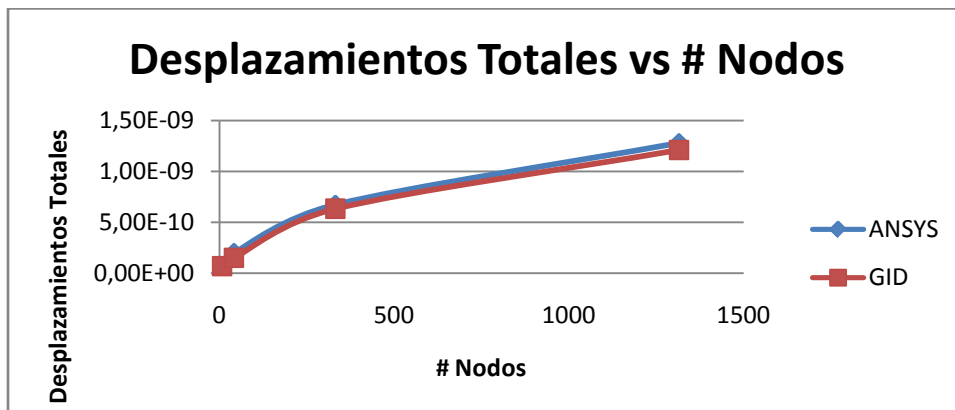


Figura 19. Sólido sometido a Tracción.

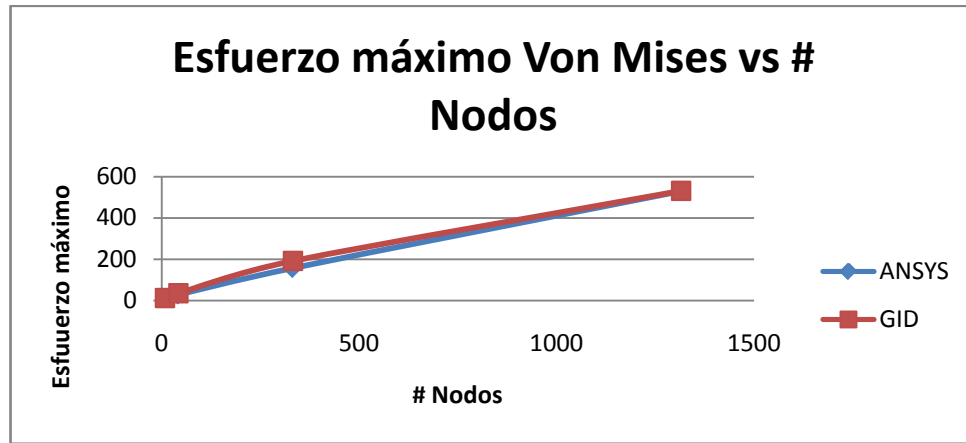
5.3.1 Desplazamientos.



Gráfica 3. Curva de Comportamiento Desplazamientos Totales vs # Nodos en el Sólido sometido a Tracción.

La gráfica 3 muestra la curva de comportamiento para el cálculo de desplazamientos del Sólido sometido a Tracción. La curva en azul representa los estudios realizados en AnsysTM para el modelo, y la curva en rojo representa los estudios realizados con GiD.

5.3.2 Esfuerzos.



Gráfica 4. Curva de Comportamiento Esfuerzo máximo Von Mises vs # Nodos en Sólido sometido a Tracción.

La gráfica 3 muestra la curva de comportamiento para el cálculo de esfuerzos de Von Mises de la Viga Empotrada. La curva en azul representa los estudios realizados en AnsysTM para el modelo, y la curva en rojo representa los estudios realizados con GiD.

5.3.3 Resultados Gráficos en AnsysTM y GiD.

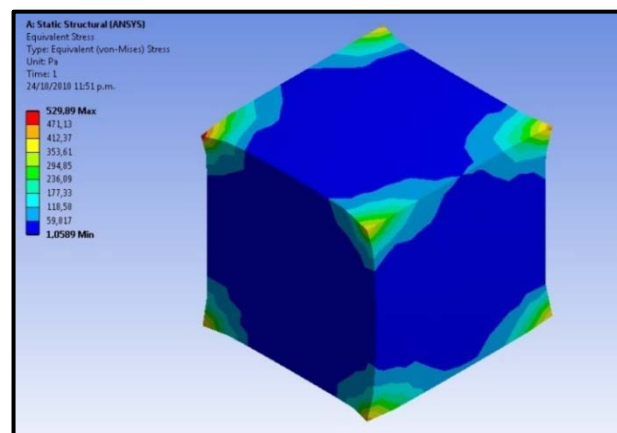


Figura 20. Esfuerzos de Von Mises en AnsysTM para el Sólido sometido a Tracción con 6481 elementos y 1321 nodos.

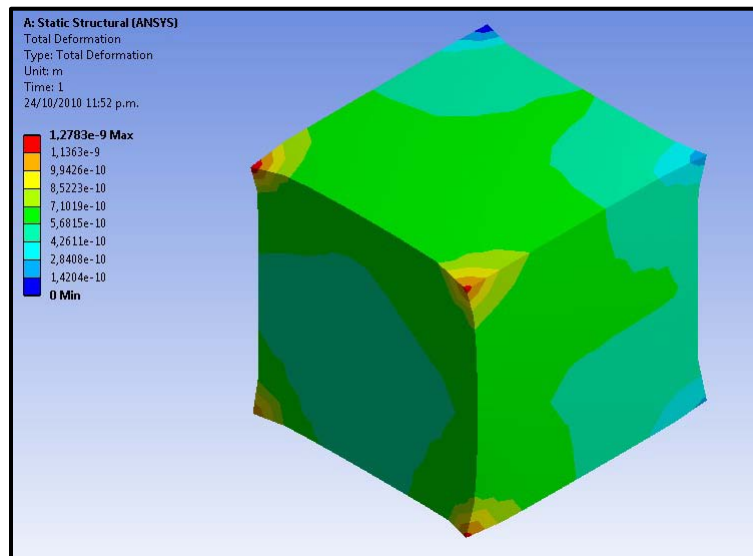


Figura 21. Desplazamientos Totales en AnsysTM para el Sólido sometido a Tracción con 6481 elementos y 1321 nodos.

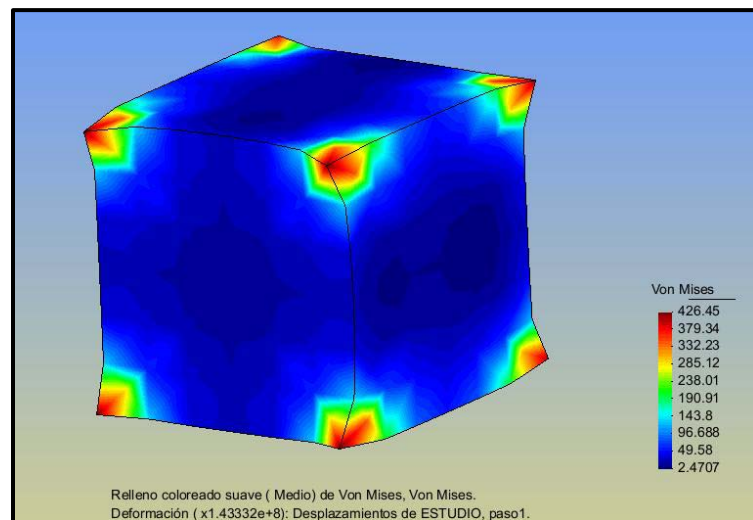


Figura 22. Esfuerzos de Von Mises en GiD para el Sólido sometido a Tracción con 5184 elementos y 1315 nodos.

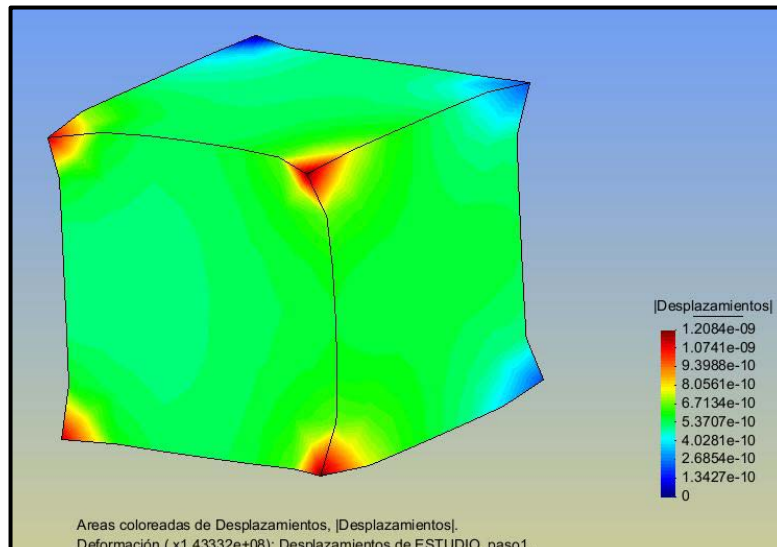


Figura 23. Desplazamientos Totales en GiD para el Sólido sometido a Tracción con 5184 elementos y 1315 nodos.

5.3.4 Análisis de Resultados

Al observar las curvas de comportamientos de un programa comercial como el AnsysTM, con respecto al programa FemUC tanto para el caso del esfuerzo de Von Mises como el de los desplazamientos, bajo las mismas condiciones de carga, restricciones, propiedades del material, y mallado similar se puede notar que presentan la misma tendencia. En el caso de los desplazamientos, la curva del Ansys se encuentra sobre la del GiD en un principio pero a medida que aumenta la cantidad de nodos ocurre una pequeña desviación entre ellas pero siguiendo la misma tendencia; en el caso de los esfuerzos las curvas de comportamiento tienden al mismo valor a medida que aumenta la cantidad de nodos.

Mientras más nodos y elementos se tengan en la malla, los programas tienden a ser más preciso en sus resultados. La distribución de los esfuerzos, desplazamientos, y el rango de valores en el cual se encuentran los mismos son similares para ambos estudios.

5.4 Modelo #3: Placa Rectangular con Concentrador de Esfuerzos.

Este modelo bidimensional en uno de sus extremos una de sus esquinas se encuentra empotrada y el resto únicamente tiene restringido el desplazamiento en la componente vertical, y el extremo contrario lleva aplicada una carga distribuida de tracción. En la tabla 5 se muestran las propiedades del material que conforma la viga. En la tabla 6 se muestran las diferentes variaciones de elementos y nodos las cuales conformaran los puntos con los que se construirá la curva de comportamiento que se utilizará para validar el ensamblaje entre el visualizador gráfico y el código FortranTM. En la figura 24 se ilustra el modelo.

Tabla 5. Propiedades del material de la Placa Rectangular con Concentrador de Esfuerzos.

Material	Módulo Elástico	Relación de Poisson
Acero Estructural	200 GPa	0,3

Tabla 6. Variaciones en el mallado del modelo de la Placa Rectangular con Concentrador de Esfuerzos.

Programa	Elementos	Nodos
Ansys TM	52	194
	194	656
	728	2.330
	2.642	8.214
GiD	52	192
	184	626
	757	2.417
	2.687	8.329

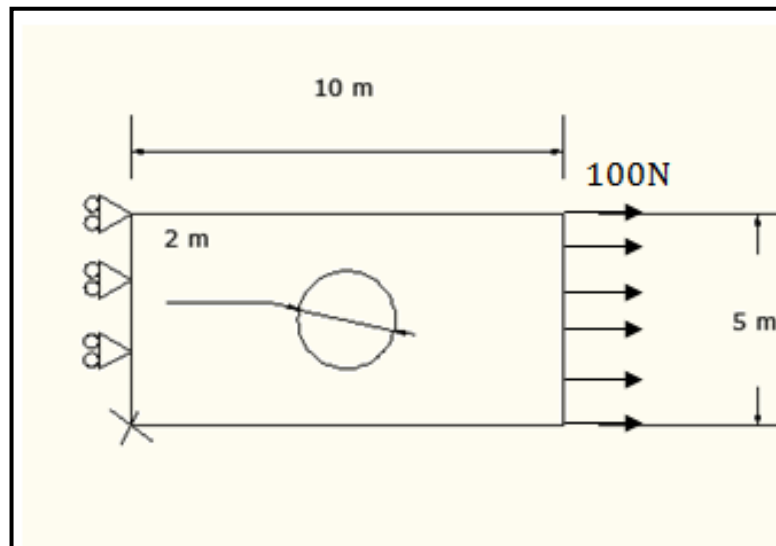
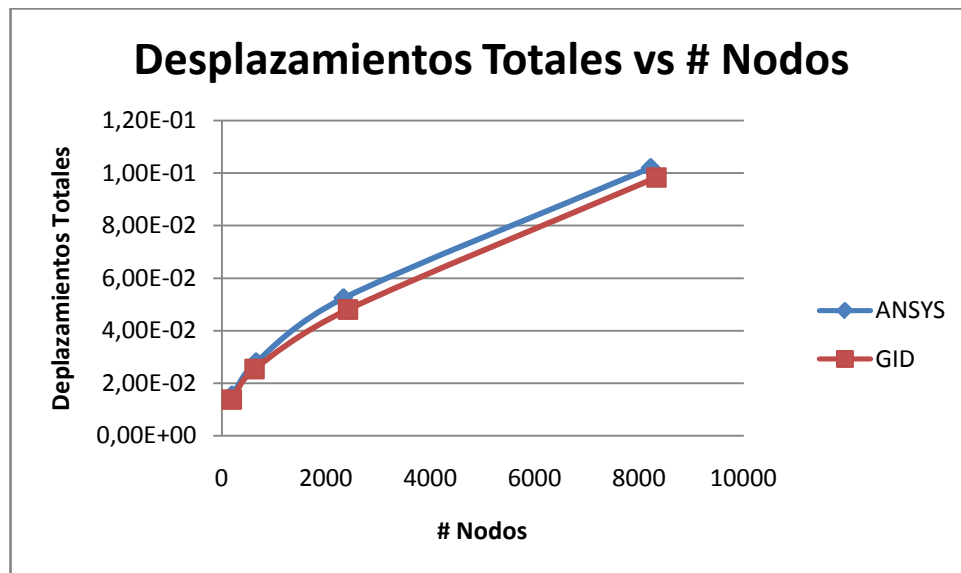


Figura 24. Placa Rectangular con Concentrador de Esfuerzos.

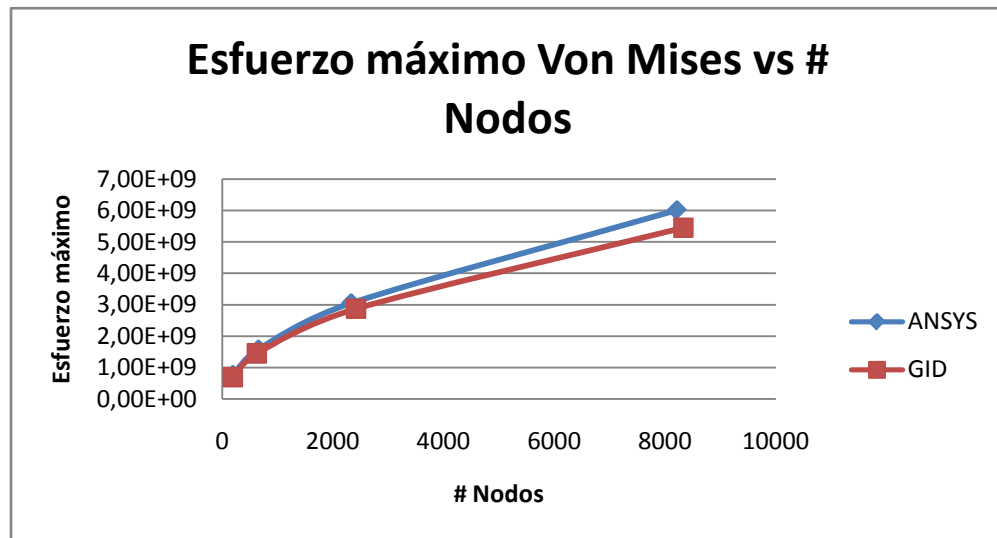
5.4.1 Desplazamientos.



Gráfica 5. Curva de Comportamiento Desplazamientos Totales vs # Nodos en la Placa Rectangular con Concentrador de Esfuerzos.

La gráfica 5 muestra la curva de comportamiento para el cálculo de desplazamientos de la Placa Rectangular con Concentrador de Esfuerzos. La curva en azul representa los estudios realizados en AnsysTM para el modelo, y la cura en rojo representa los estudios realizados con GiD.

5.4.2 Esfuerzos.



Gráfica 6. Curva de Comportamiento Esfuerzo máximo Von Mises vs # Nodos en la Placa Rectangular con Concentrador de Esfuerzos.

La gráfica 6 muestra la curva de comportamiento para el cálculo de esfuerzos de Von Mises de la Placa Rectangular con Concentrador de Esfuerzos. La curva en azul representa los estudios realizados en AnsysTM para el modelo, y la cura en rojo representa los estudios realizados con GiD.

5.4.3 Resultados Gráficos en AnsysTM y GiD.

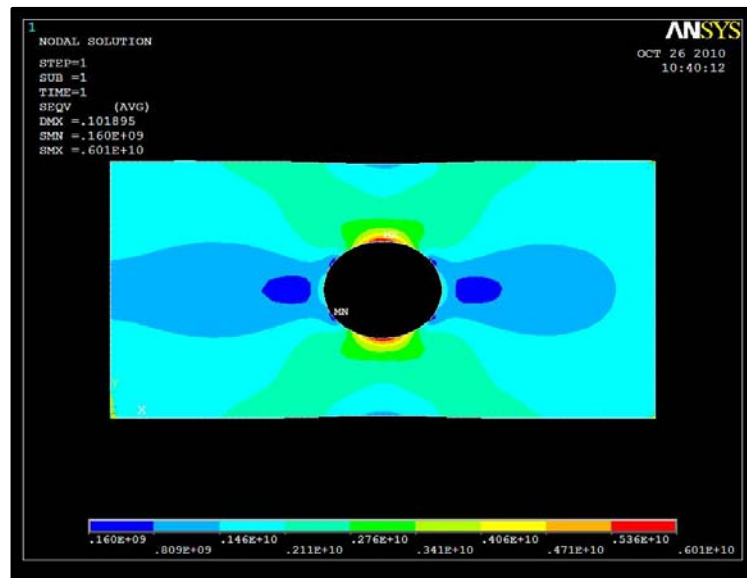


Figura 25. Esfuerzos de Von Mises en AnsysTM para la Placa Rectangular con Concentrador de Esfuerzos con 2642 elementos y 8214 nodos.

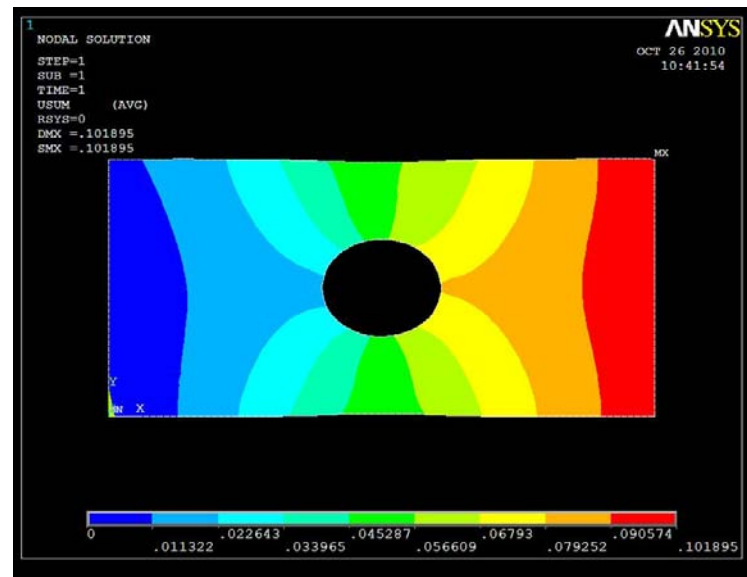


Figura 26. Desplazamientos Totales en AnsysTM para la Placa Rectangular con Concentrador de Esfuerzos con 2642 elementos y 8214 nodos.

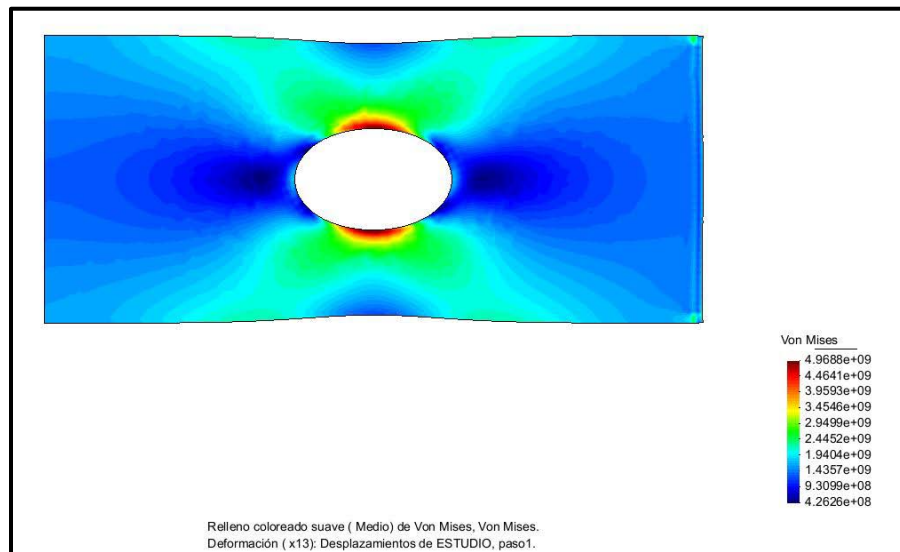


Figura 27. Esfuerzos de Von Mises en GiD para la Placa Rectangular con Concentrador de Esfuerzos con 2687 elementos y 8329 nodos.

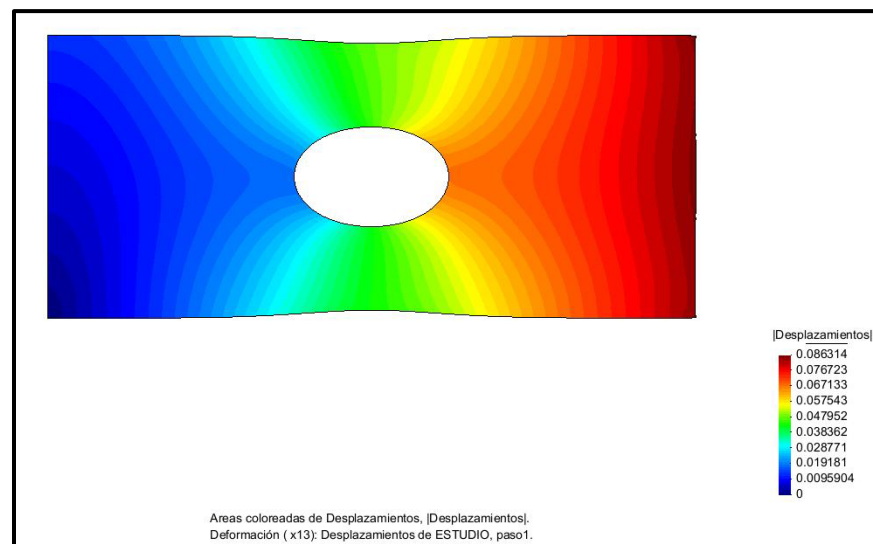


Figura 28. Desplazamientos Totales en GiD para la Placa Rectangular con Concentrador de Esfuerzos con 2687 elementos y 8329 nodos.

5.4.4 Análisis de Resultados

Al observar las curvas de comportamientos de un programa comercial como el AnsysTM, con respecto al programa FemUC tanto para el caso del esfuerzo de Von Mises como el de los desplazamientos, bajo las mismas condiciones de carga, restricciones, propiedades del material, y mallado similar se puede notar que presentan la misma tendencia. En el caso tanto de los desplazamientos como el de los esfuerzos, la curva del AnsysTM se encuentra sobre la del GiD en un principio pero a medida que aumenta la cantidad de nodos ocurre una pequeña desviación entre ellas pero siguiendo la misma tendencia.

Mientras más nodos y elementos se tengan en la malla, los programas tienden a ser más preciso en sus resultados. La distribución de los esfuerzos, desplazamientos, y el rango de valores en el cual se encuentran los mismos son similares para ambos estudios.

5.5 Modelo #4: Placa Rectangular sin Concentrador de Esfuerzos.

Este modelo bidimensional se encuentra empotrado en la totalidad de su extremo inferior, y en ambos laterales únicamente se restringe el desplazamiento en la componente vertical; en la esquina superior izquierda tiene una carga puntual. En la tabla 7 se muestran las propiedades del material que conforma la viga. En la tabla 8 se muestran las diferentes variaciones de elementos y nodos las cuales conformaran los puntos con los que se construirá la curva de comportamiento que se utilizará para validar el ensamblaje entre el visualizador gráfico y el código FortranTM. En la figura 29 se ilustra el modelo.

Tabla 7. Propiedades del material de la Placa Rectangular sin Concentrador de Esfuerzos.

Material	Módulo Elástico	Relación de Poisson
Propio del Estudio	1e6 Pa	0,3

Tabla 8. Variaciones en el mallado del modelo de la Placa Rectangular sin Concentrador de Esfuerzos.

Programa	Elementos	Nodos
Ansys™	6	12
	96	117
	384	425
	1.536	1.617
GiD	6	12
	96	117
	384	425
	1.536	1.617

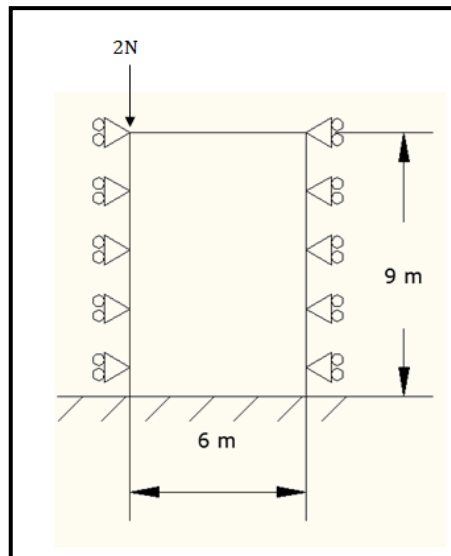
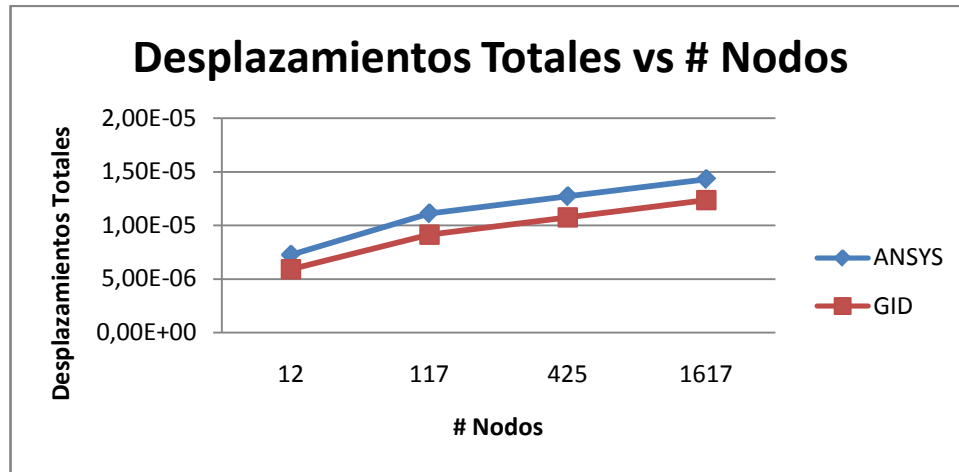


Figura 29. Placa Rectangular sin Concentrador de Esfuerzos

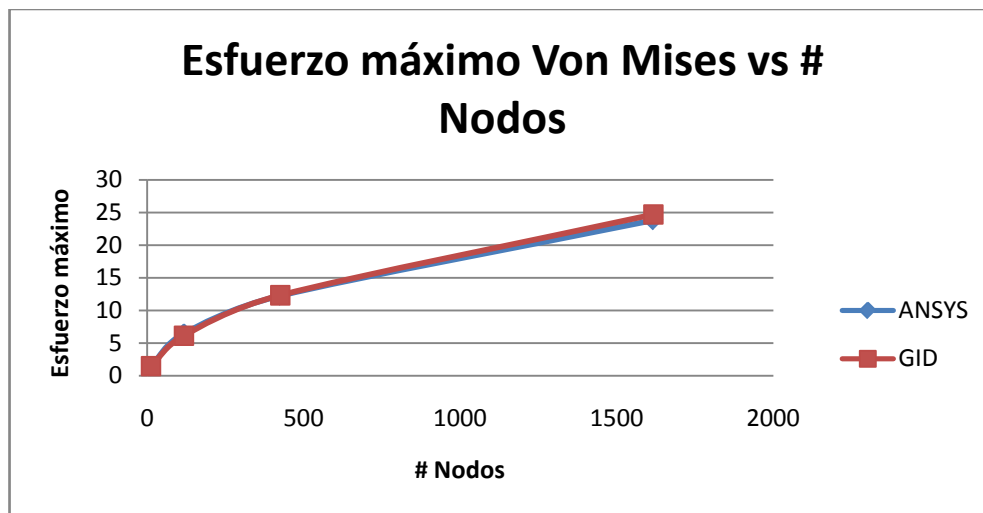
5.5.1 Desplazamientos.



Gráfica 7. Curva de Comportamiento Desplazamientos Totales vs # Nodos en la Placa Rectangular sin Concentrador de Esfuerzos.

La gráfica 7 muestra la curva de comportamiento para el cálculo de desplazamientos de la Placa Rectangular sin Concentrador de Esfuerzos. La curva en azul representa los estudios realizados en AnsysTM para el modelo, y la curva en rojo representa los estudios realizados con GiD.

5.5.2 Esfuerzos.



Gráfica 8. Curva de Comportamiento Esfuerzo máximo Von Mises vs # Nodos en la Placa Rectangular sin Concentrador de Esfuerzos.

La gráfica 8 muestra la curva de comportamiento para el cálculo de esfuerzos de Von Mises de la Placa Rectangular sin Concentrador de Esfuerzos. La curva en azul representa los estudios realizados en AnsysTM para el modelo, y la curva en rojo representa los estudios realizados con GiD.

5.5.3 Resultados Gráficos en AnsysTM y GiD.

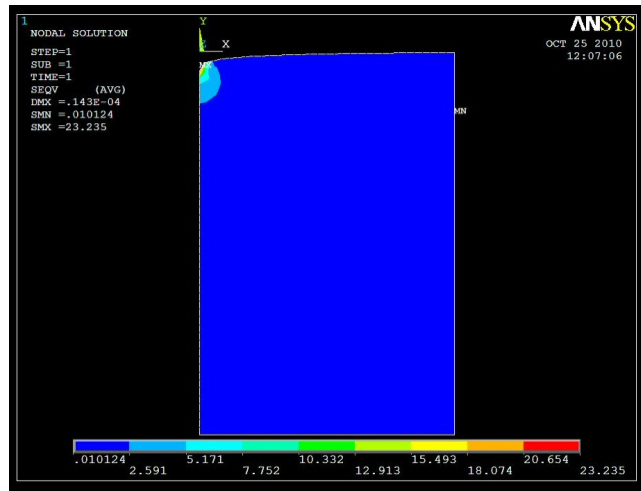


Figura 30. Esfuerzos de Von Mises en AnsysTM para la Placa Rectangular sin Concentrador de Esfuerzos con 1536 elementos y 1617 nodos.

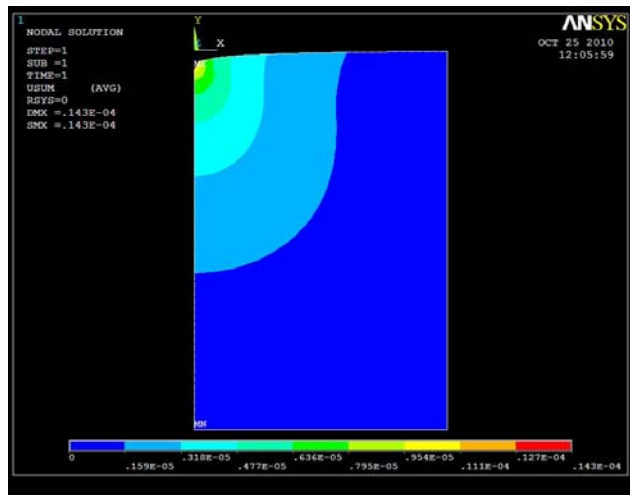


Figura 31. Desplazamientos Totales en AnsysTM para la Placa Rectangular sin Concentrador de Esfuerzos con 1536 elementos y 1617 nodos.

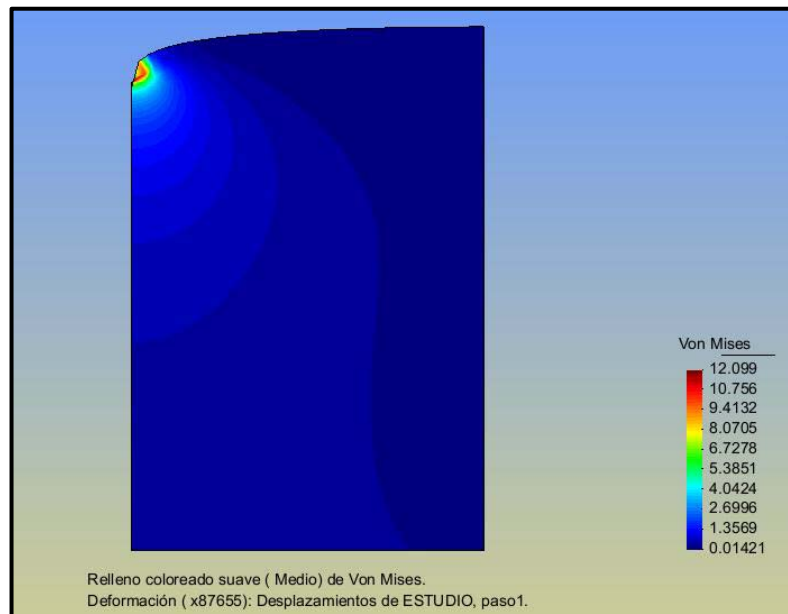


Figura 32. Esfuerzos de Von Mises en GiD para la Placa Rectangular sin Concentrador de Esfuerzos con 1536 elementos y 1617 nodos.

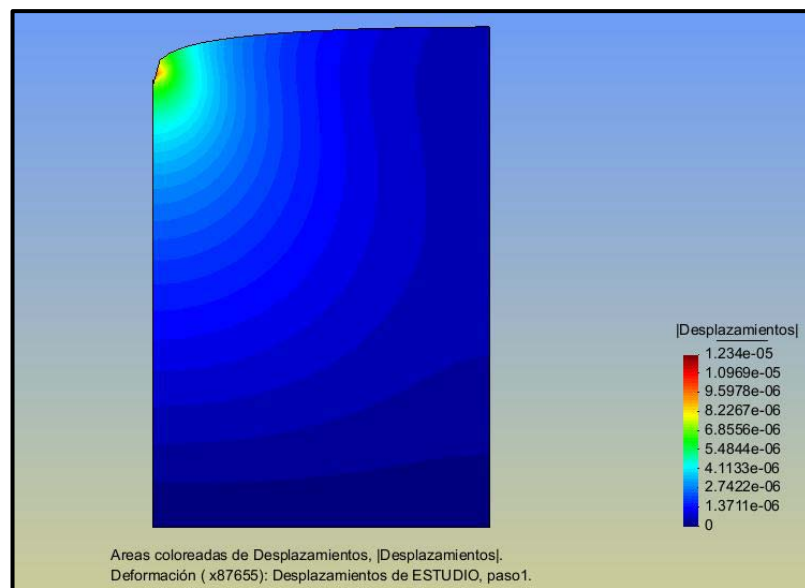


Figura 33. Desplazamientos Totales en GiD para la Placa Rectangular con Concentrador de Esfuerzos con 1536 elementos y 1617 nodos.

5.5.4 Análisis de Resultados

Al observar las curvas de comportamientos de un programa comercial como el AnsysTM, con respecto al programa FemUC tanto para el caso del esfuerzo de Von Mises como el de los desplazamientos, bajo las mismas condiciones de carga, restricciones, propiedades del material, e incluso igual mallado se puede notar que presentan la misma tendencia. En el caso de los desplazamientos, la curva del AnsysTM se encuentra desplazada por encima que la del GiD pero siempre manteniendo aproximadamente la misma desviación y siguiendo la misma tendencia; en el caso de los esfuerzos las curvas de comportamiento son prácticamente iguales y tienden al mismo valor a medida que aumenta la cantidad de nodos.

Mientras más nodos y elementos se tengan en la malla, los programas tienden a ser más preciso en sus resultados. La distribución de los esfuerzos, desplazamientos, y el rango de valores en el cual se encuentran los mismos son similares para ambos estudios.

CAPÍTULO 6

Análisis de Resultados

6.1 Resultados Obtenidos

Al observar la curva de comportamiento de un programa comercial como el AnsysTM, con respecto al programa FemUC tanto para el caso del esfuerzo de Von Mises como el de los Desplazamientos, bajo las mismas condiciones de carga, restricciones, mallado y propiedades del material, se puede notar que tienen la misma tendencia, lo cual permitió validar la herramienta creada.

Existe una diferencia entre los valores proporcionados por los dos programas, esto radica en las rutinas de resolución de cada uno de ellos debido a que existen diversos métodos para resolver estos tipos de problemas (método de Galerkin, método de Rayleigh-Ritz, Principio del trabajo virtual, entre otros), también influye en el tipo de elemento usado para realizar el mallado y la cantidad de nodos por elemento.

Esto se puede apreciar en el caso del análisis de la viga en voladizo, la curva del programa AnsysTM tiende más rápido al resultado analítico que la del GiD, esto se produce por el tipo de elemento utilizado en el mallado. El AnsysTM usa como elemento el BEAM 188 que es especial para los estudios en vigas mientras, proporciona rigidez a tracción o compresión; flexión o torsión entre dos nodos; el énfasis está en la conexión entre el elemento finito tipo viga y la teoría elemental de vigas que se encuentra en todo libro de la materia Resistencia de Materiales. Mientras que en el GiD se utilizaron elementos del tipo hexaedro, el cual se utiliza para simular el comportamiento de sólidos sometidos a diferentes tipos de cargas; su principal aplicación es el análisis de estructuras de paredes gruesas.

Se puede notar que mientras más nodos y elementos se tengan en la malla, en estudios simples los programas por lo general tienden a ser más preciso en sus resultados, ya que mientras la discretización de la pieza es mayor, los resultados producidos serán más exactos, lo cual nos permitirá conocer el comportamiento de la pieza en estudio lo más cercano a la realidad posible.

En algunos ejemplos, a pesar de tener mallas con características similares, no hay el mismo número de nodos y elementos para el mismo ejercicio montado en cada uno de los programas, pero los valores se encuentran cercanos entre si, por lo tanto, esto no influirá mucho en los resultados obtenidos.

En algunas figuras tanto de desplazamiento como de esfuerzo se ven ciertas diferencias en cuanto a los colores que muestran resultados para el mismo ejemplo en cada programa, esto es debido a la forma como cada uno muestra sus resultados, ya que cada uno tiene su gama de colores y una escala distinta, dependiendo de los resultados que se vayan a mostrar.

Conclusiones

Se logró la utilidad del ensamblaje entre el visualizador GiD y el código de elementos finitos en FortranTM como herramienta computacional para ser utilizada como instrumento didáctico-académico para resolución de problemas en ingeniería.

La simplicidad de los modelos analizados está pensada para la iniciación del usuario en la metodología del método de elementos finitos.

El MEF es aplicable no sólo a los problemas de la mecánica de sólidos y el análisis de estructura, también puede ser utilizado en la transferencia de calor, dinámica de fluidos, entre otros.

Se pudo validar el programa, los resultados obtenidos en FemUC, arrojaron valores similares al programa AnsysTM, bajo condiciones similares de carga, restricciones, tipo de malla y propiedades del material.

Durante la elaboración del programa se pudo observar la eficacia en el campo de los elementos finitos, ya que esto permite hacer el análisis de diversas piezas, con lo cual se ahorrara más tiempo que si se hiciera de forma manual.

El desarrollo de este trabajo de grado aporta los primeros pasos para la realización de investigaciones en diferentes áreas de la ingeniería, en las cuales se puedan desarrollar módulos para la resolución de casos en esas áreas y así crear un software que involucre no sólo todos esos módulos para las distintas situaciones en las que se encuentre un caso de estudio, sino que también exista la posibilidad de resolverlo mediante técnicas diversas de métodos numéricos a parte del método de elementos finitos (método de elementos de contorno, diferencias finitas, entre muchos otros).

Recomendaciones

- Realizar estudios con diferentes tipos de geometría.
- Añadir más variedad de tipo de elementos, para que pueda ser usado en geometrías más complejas, tanto para 2 como 3 dimensiones.
- Si se van a realizar análisis complejos, se recomienda usar una computadora con buena capacidad, ya que este tipo de problemas lo requiere.
- De no poseer una computadora con buena capacidad y se requiera realizar análisis complejo por la gran cantidad de nodos y elementos, el estudio se puede hacer más simple concentrando nodos en el área de interés y colocando pocos nodos en las lejanías (refinación de malla) .
- Se puede mejorar el código para tomar en cuenta los efectos de expansión térmica por temperatura, vibraciones, fatiga, entre otros.
- Realizar un proyecto en el cual se desarrolle un visualizador propio para la universidad con la finalidad de no depender del GiD, puesto que aunque tiene muchas ventajas, su principal desventaja es que cuenta con una disponibilidad de máximo 1000 nodos para realizar estudios en su versión de prueba. Esta limitante puede ser eliminada por 30 días con una licencia temporal.

Referencias Bibliográficas

Brinkgreve, R. y Swolfs, W. (2008, Mayo 08-09). *Possibilities and Limitations of the Finite Element Method for Geotechnical Applications*. Ponencia presentada en el 4th Conference on Advances and Applications of GiD. Ibiza, España.

Castro, J. y Durán, H. (2005). “*Desarrollo de un generador de mallas para el análisis bidimensional de problemas usando el método de elementos de contorno*”. Trabajo Especial de Grado, Universidad Central de Venezuela. Caracas: Venezuela.

Cerrolaza, M. (1992). “*Técnicas de pre y post-proceso para Métodos Numéricos*.” Caracas, Venezuela: Trabajo de Ascenso, Universidad Central de Venezuela.

Chandrupatla, T.R y Belegundu, A.D. (1999). *Introducción al estudio del elemento finito en ingeniería*. (2^{da} ed) . México: Editorial Prentice Hall.

Goncalves, R. (2002). *Análisis de Esfuerzos*. (2^{da} ed). Caracas, Venezuela: Universidad Simón Bolívar.

International Center for Numerical Methods in Engineering. (2009). *GiD Introduction*. Disponible en línea en: <http://gid.cimne.upc.es/intro/>

International Center for Numerical Methods in Engineering. (2009). *GiD User Manual*. Disponible en línea en: <http://gid.cimne.upc.es/intro/>

International Center for Numerical Methods in Engineering. (2009). *GiD Reference Manual*. Disponible en línea en: <http://gid.cimne.upc.es/intro/>

International Center for Numerical Methods in Engineering. (2009). *Customization Manual*. Disponible en línea en: <http://gid.cimne.upc.es/intro/>

Jouglar, C.E. (2002). *Curso de Especialización. Introducción al Método de Elementos Finitos: Formulación Variacional de Elementos Finitos*. Buenos Aires, Argentina: Universidad Tecnológica Nacional.

Linero, D. (1999). *Euler. Programa didáctico de Elementos Finitos*. Santafé de Bogotá, Colombia: Universidad Nacional de Colombia.

Munevear L. (2008), *Introducción al Método de Elementos Finitos*. Recuperado el 9 de noviembre del 2009 en: http://grupos.emagister.com/documento/introduccion_al_mef/1167-87056

Olivella, X.O. y Bosch, C.A.S. (2000). *Mecánica de medios continuos para ingenieros*. Barcelona, España: Universidad Politécnica de Cataluña.

Peña, E. (1999). *Elementos Finitos. Teoría y Aplicaciones*. Valencia, Venezuela: Asociación de Profesores. Universidad de Carabobo.

Smith, I.M y Griffiths, D.V. (2004). *Programming the Finite Element Method*. (4th ed). Chichester, United Kingdom: Editorial John Wiley and Sons Ltd.

Valls, A. (2004, Febrero 20). *GiD-Nastran Interface: Guideline for development of a high quality interface*. Ponencia presentada en el 2nd Conference on Advances and Applications of GiD. Barcelona, España.

Apéndice A

Manual de Usuario

Manejo de la herramienta desarrollada

Paso Número 1: Creación del ensamble.

Ya creado el Tipo de Problema (Figura A1) se procede a guardarlo en la carpeta “problematypes” del directorio en el cual se encuentra instalado el GiD.

El Tipo de Problema lleva la extensión “.gid” y todos los archivos de su interior llevan el mismo nombre (Figura A2).

Los Tipos de problema a utilizar en este trabajo son FemUC_2D.gid en el caso bidimensional de deformación plana y FemUC_3D.gid en el caso de análisis en tres dimensiones.

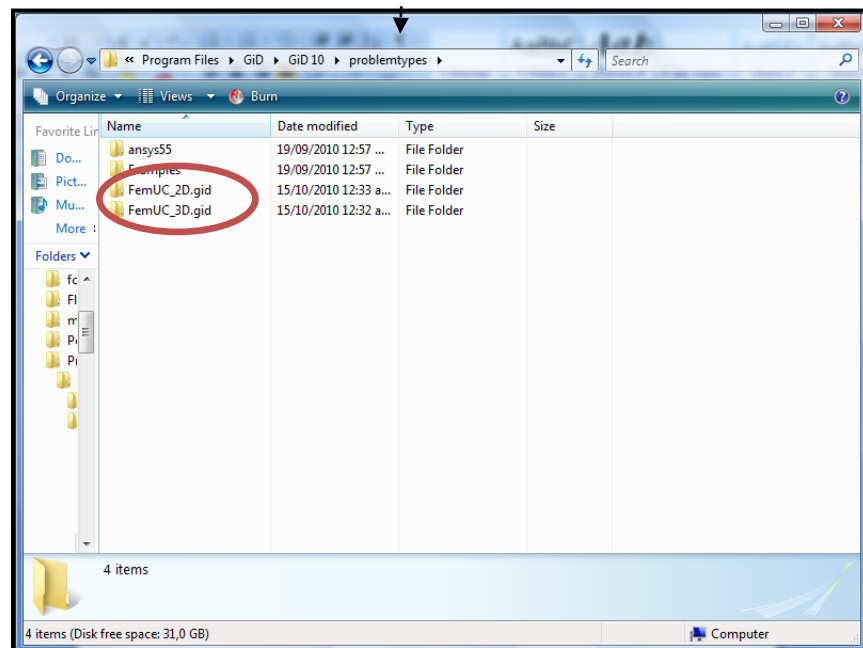


Figura A1. Tipos de problemas a utilizar en el trabajo.

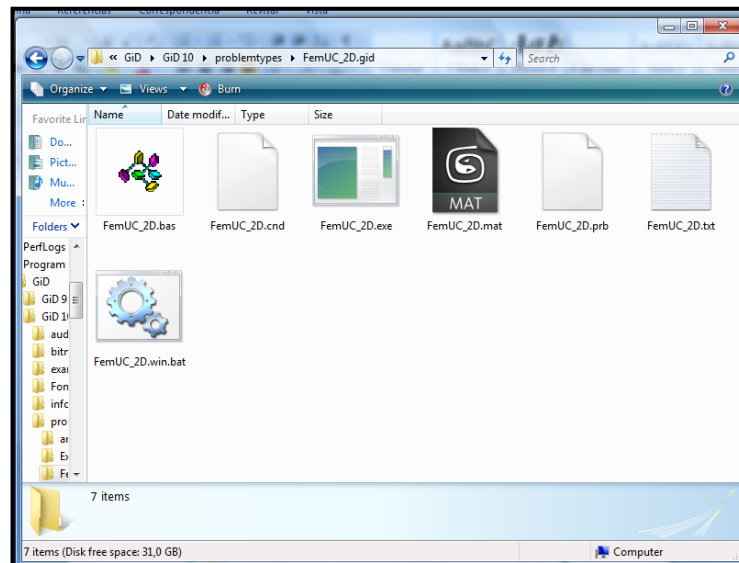


Figura A2. Archivos contenidos en el FemUC_2D.gid

Paso Número 2: Creación de la geometría.

Se inicia el GiD y se procede a importar la geometría (Figura A3) o crearla dentro del mismo programa (Figura A4)

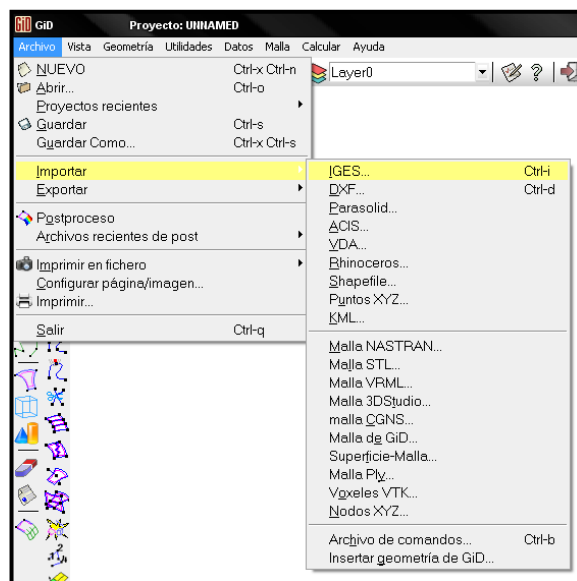


Figura A3. Importar Geometría

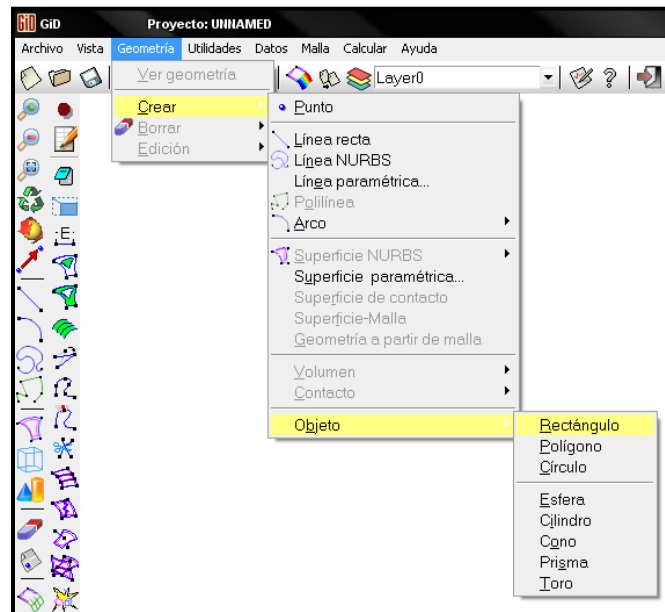


Figura A4. Crear Geometría

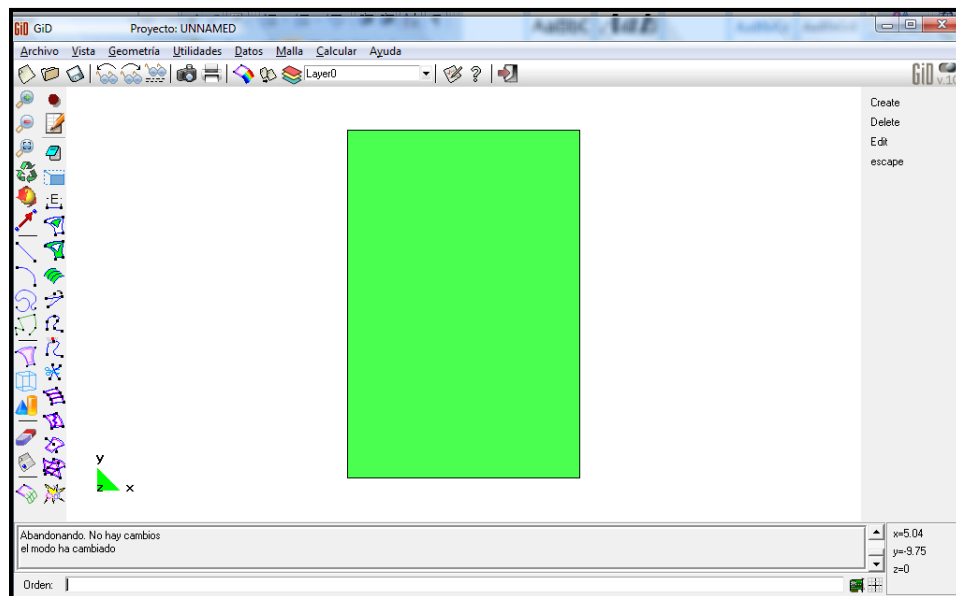


Figura A5. Placa Plana creada en GiD.

Paso Número 3: Asignación de Condiciones.

Se inicializa el Tipo de Problema, para eso se busca la pestaña llamada Datos, luego Tipo de Problema y después se busca el programa que previamente había sido guardado.

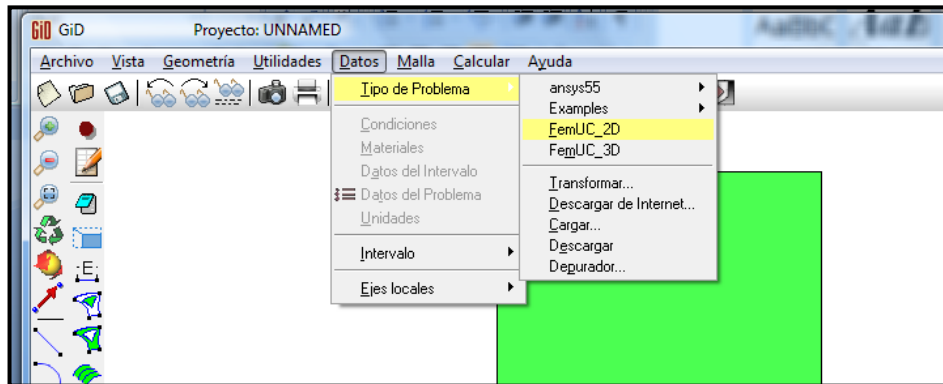


Figura A6. Inicialización del Tipo de Problema.

Se elige el Tipo de Elemento (Figura A7) con el cual se va a trabajar, el cual se encuentra en la pestaña Malla y se realiza el mallado, que podría ser de forma Automática o Estructurada (Figura A8).

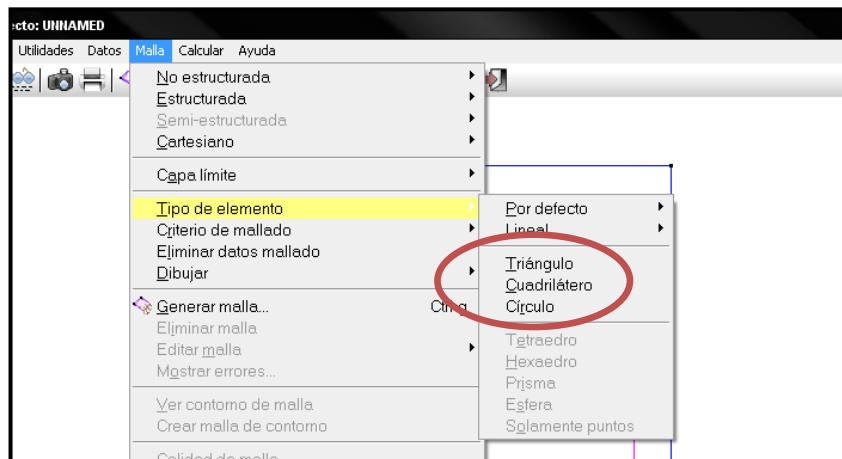


Figura A7. Tipo de Elemento.

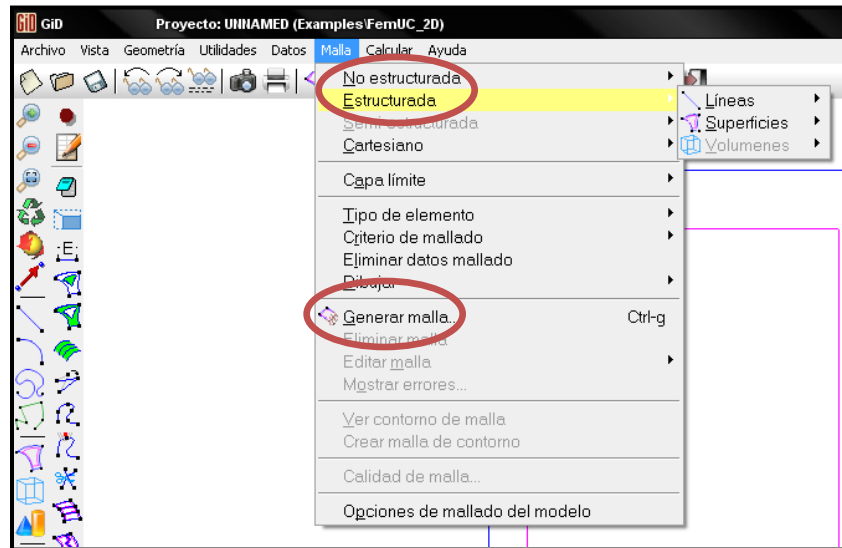


Figura A8. Elección de Mallado Automático o Estructurado

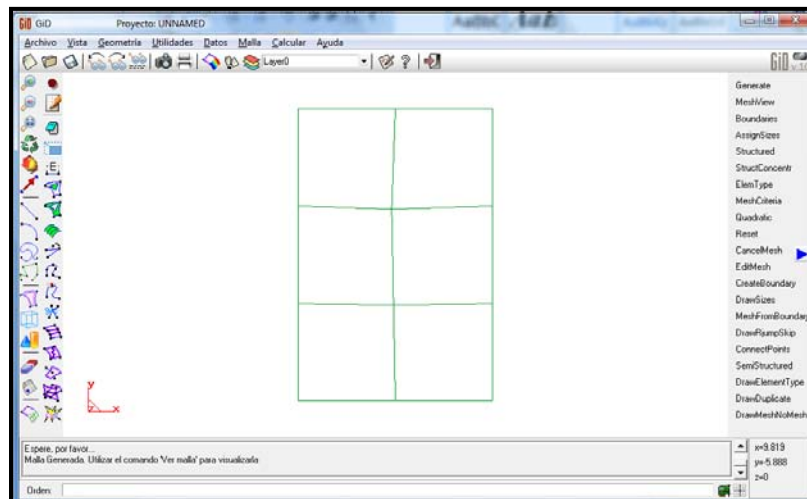


Figura A9. Malla creada.

Se procede a invertir las normales, ya que en el caso del programa FemUC, es necesario hacerlo, sino no funcionara correctamente el programa

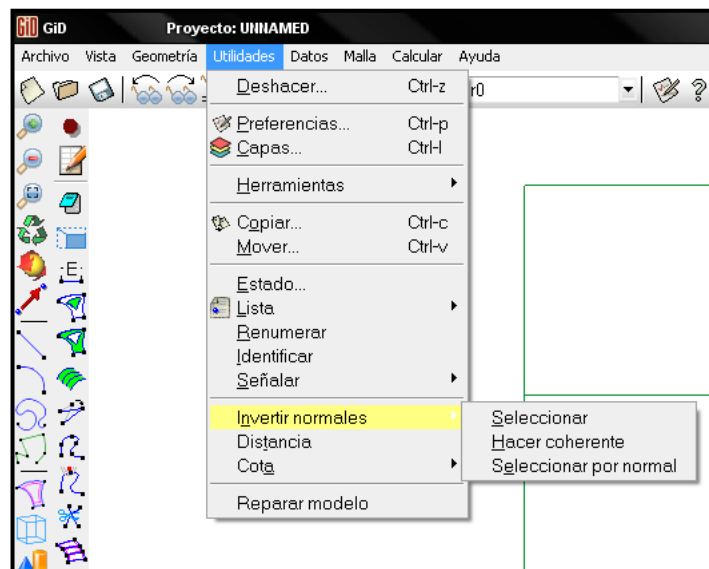


Figura A10. Invertir Normales

Se define el Material (Figura A11), se asignan las condiciones de Cargas y Restricciones (Figura A12), y se aportan aquellos datos que sean necesarios para los cálculos (Figura A13). Hasta acá se abarca el Pre-Proceso.

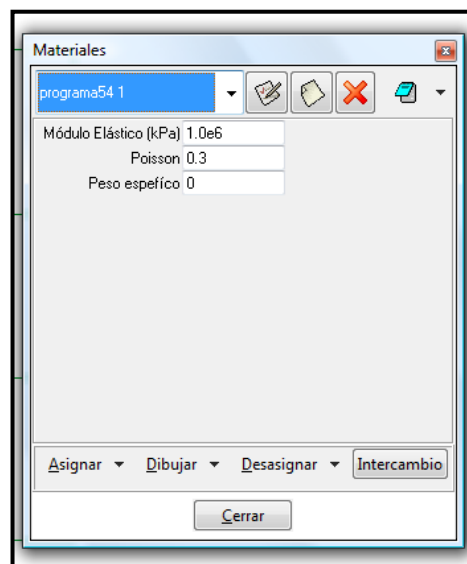


Figura A11. Asignación de material.

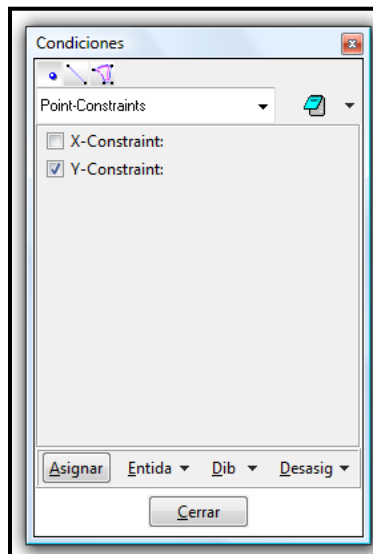


Figura A12. Asignación de restricciones.

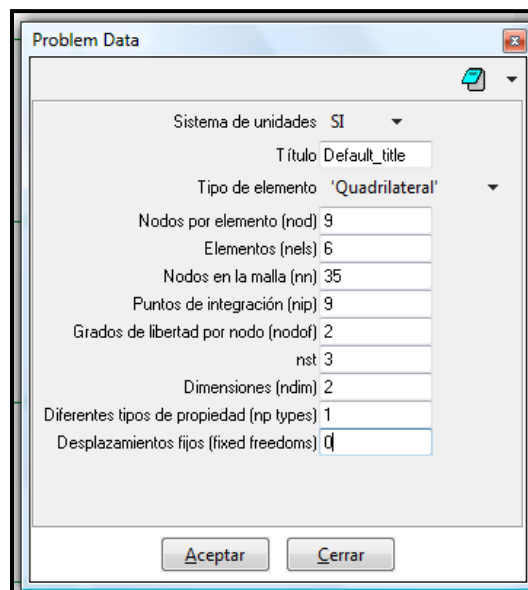


Figura A13. Asignación de datos necesarios para los cálculos.

Paso Número 4: Proceso.

Se da la orden de realizar los cálculos, los cuales al finalizar el GiD informa con un mensaje, es en esta etapa donde se cumple el Proceso.

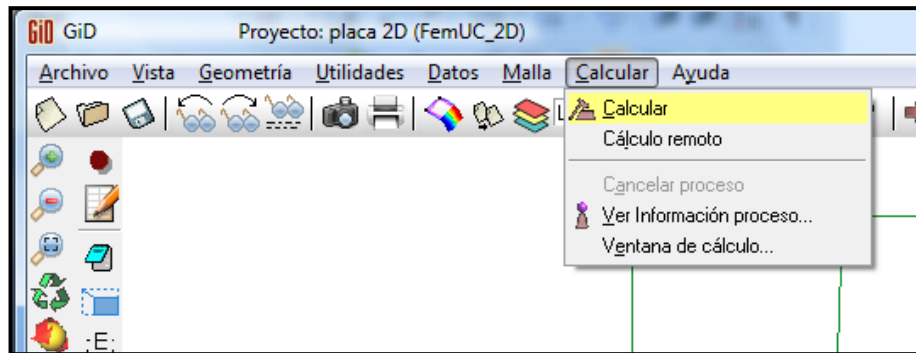


Figura A14. Inicialización del Proceso.

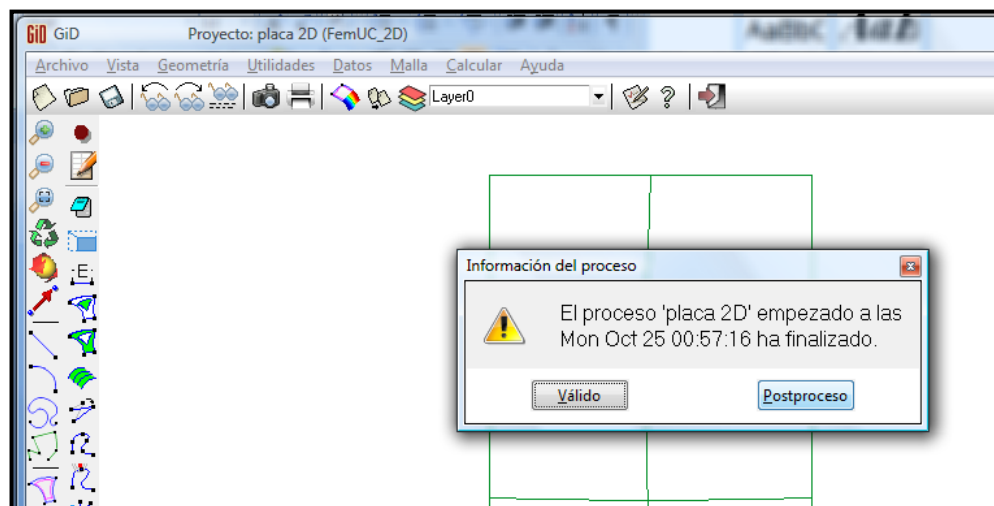


Figura A15. Mensaje de finalización del Proceso.

Paso Número 5: Post-Proceso.

En el mensaje de finalización se elige la opción de Post-Proceso, donde se podrán visualizar los resultados, en este caso esfuerzos, deformaciones y desplazamientos.

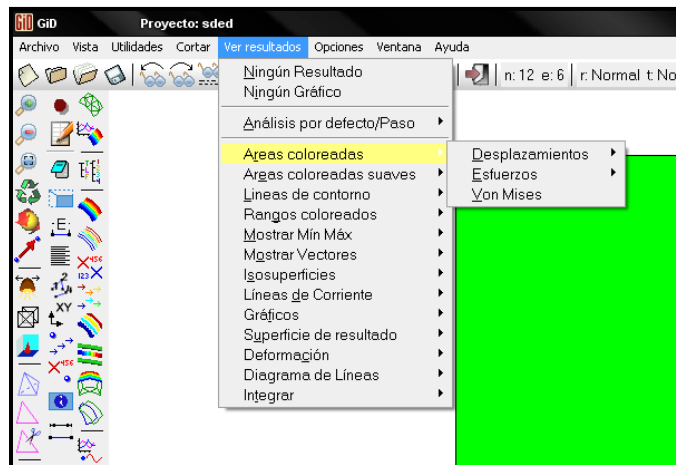


Figura A16. Ver Resultados

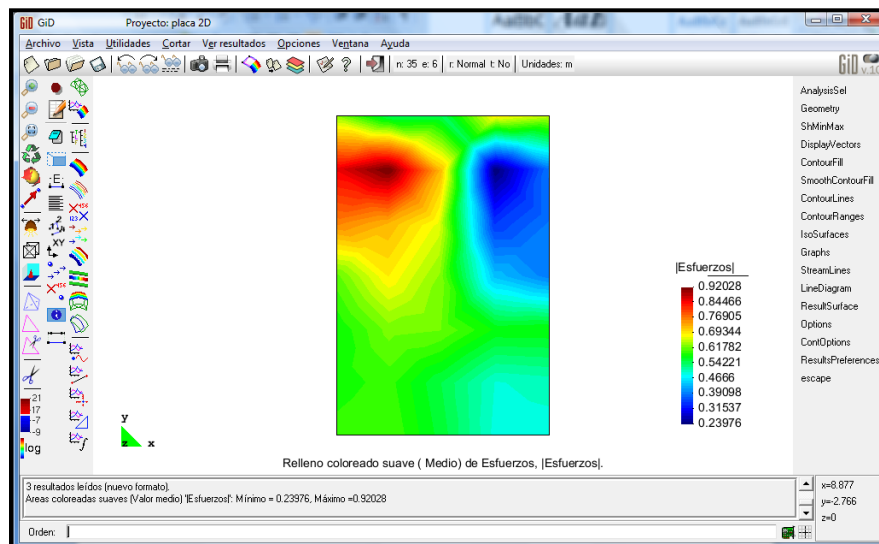


Figura A17. Post-Proceso: Esfuerzos.

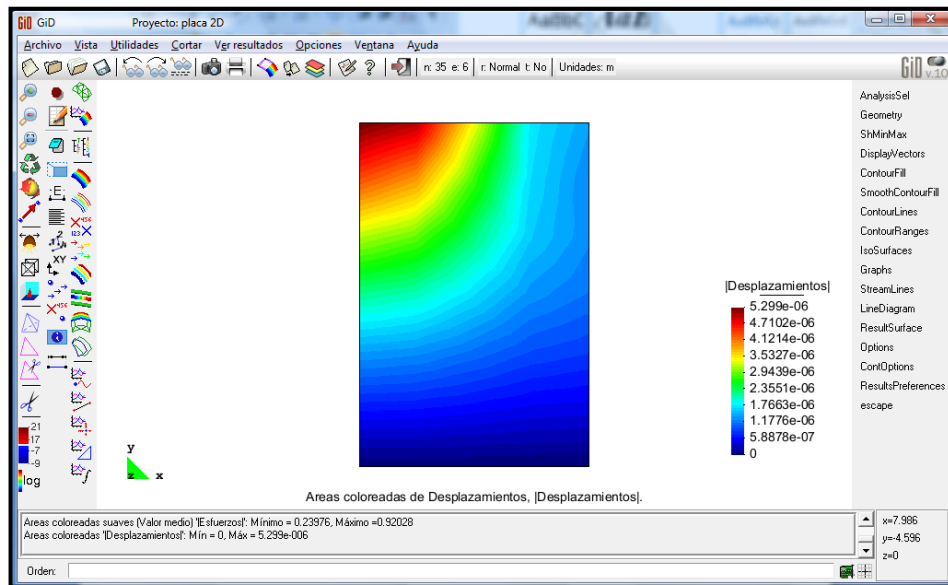


Figura A18. Post-Proceso: Desplazamientos.

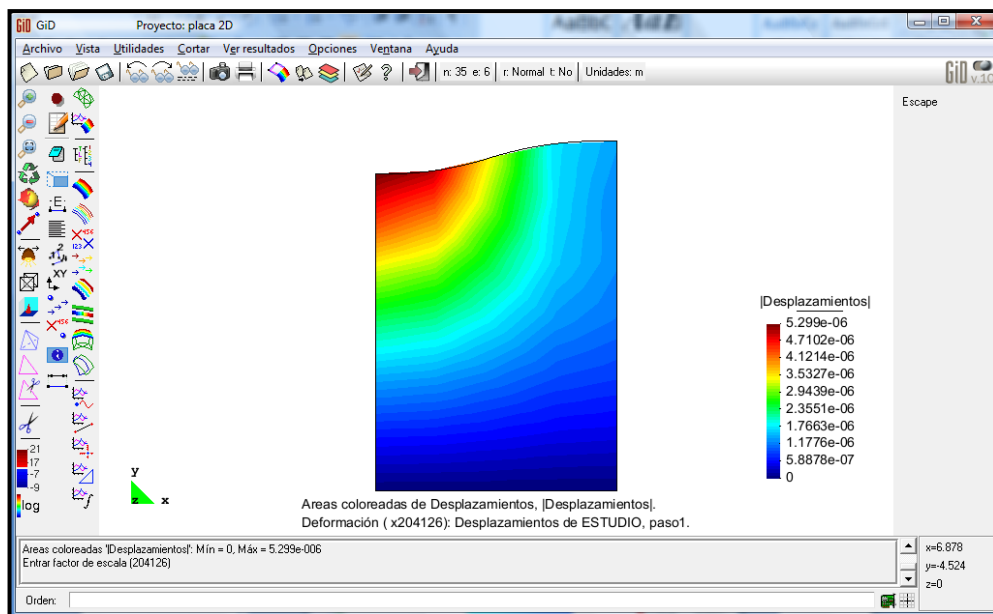


Figura A19. Post-Proceso: Deformación.

Para el caso de una geometría en 3D se aplican de igual manera los pasos del 3 al 5 pero con la excepción de que elige como Tipo de Problema a el FemUC_3D.gid.